

# **ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO TORQUE AERODINÂMICO NO ERRO DE APONTAMENTO E NO ÂNGULO DE ASPECTO SOLAR DE SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/CNPq/INPE)**

**Gabriel Borderes Motta (UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: gabriel\_borderes@yahoo.com.br**

**Hélio Koiti Kuga (DMC/INPE, Orientador)  
E-mail: hkk@dem.inpe.br**

**Prof<sup>ª</sup>. Dra. Maria Cecília F. P. S. Zanardi (DMA/UNESP, Co-orientadora)  
E-mail: cecilia@feg.unesp.br**

Julho de 2011

## **AGRADECIMENTOS**

Ao CONSELHO NACIONAL DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – CNPq pelo apoio financeiro recebido através da bolsa de iniciação científica junto ao programa PIBIC do INPE.

## RESUMO

Neste trabalho é determinada uma solução analítica para as equações do movimento de satélites estabilizados por rotação incluindo apenas as parcelas devido ao Torque Aerodinâmico. Para tanto são consideradas simplificações que consideraram o Torque Aerodinâmico devido apenas à força de arrasto, com a densidade atmosférica fornecido pelo modelo TD88 e a margem estática fixa, alinhando ao longo do eixo de rotação do satélite a uma distancia pré determinada do centro de massa do satélite. Outro objetivo deste trabalho é implementar numericamente estas soluções e comparar os resultados com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, fornecidos pelo INPE. Esta implementação se deu de duas formas, a primeira atualiza os dados da atitude e órbita a cada 24 horas com os dados do INPE e a segunda abordagem não efetua a atualização após 24 horas mantendo os resultados propagados pela teoria. Em ambas as abordagens a solução analítica é reavaliada a cada período orbital, juntamente com o argumento do pericentro e a longitude do nodo ascendente, para os quais é considerada a variação linear devido ao achatamento da Terra. Para analisar melhor a aplicação do modelo, aqui desenvolvido, são também analisados o desvio angular do eixo de rotação e o ângulo de aspecto solar. As comparações dos resultados das abordagens realizadas com os dados reais acenam para a necessidade de inclusão de mais torques ambientais para uma melhor descrição da atitude dos satélites, para manter a precisão requerida pelo INPE e para que se possa propagar a atitude por um intervalo maior de tempo.

## ABSTRACT

In this paper is determined an analytical solution to the equations of motion of spin-stabilized satellites including the aerodynamic torque. In order to do it in the aerodynamic torque model are considered simplifications. These simplifications consider that the aerodynamic torque is associated with the drag force, with the atmospheric density given by TD88 and fixed static margin, along of the satellite spin axis and fixed distance of the satellite's center of mass. The other objective is the numerical implementation of this analytical solutions and the comparison of the results with the data of the Brazilian Satellite Data Collection - SCD1 and SCD2, given by INPE. Two approaches are made, in the first one the attitude and orbital data are updated daily with the INPE data and in the second approach the attitude data are not updated daily but they are kept equal to the propagated values. In both approaches the analytical solution is recalculate in each orbital period and the longitude of the ascending node and the argument of the perigee are also recalculate by the linear variations associated with the principal effect of the flattened of the Earth. In order to improve the analyses of the applications of the developed model, the deviation of the spin axis and the solar aspect angle are also evaluated. The comparison of the results of these two approaches with the actual data of the satellites point out to the necessity to inclusion of the other external torques to described the real behavior of the satellite and to keep the required precision of INPE.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	-	Definição do ângulo $\gamma_s$ .	..... 27
Figura 2	-	Definição do ângulo erro de apontamento $\theta$ .	..... 39
Figura 3	-	Definição do ângulo de aspecto solar $\theta'$ .	..... 42
Figura 4	-	Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1.	..... 43
Figura 5	-	Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2.	..... 44
Figura 6	-	Ascensão Reta x Tempo com atualização diária (SCD1).	..... 50
Figura 7	-	Declinação do Eixo de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD1).	..... 51
Figura 8	-	Velocidade de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD1).	..... 51
Figura 9	-	Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD1).	..... 52
Figura 10	-	Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD1).	..... 52
Figura 11	-	Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD1).	..... 53
Figura 12	-	Erro de Apontamento x Tempo com atualização diária (SCD1).	..... 54
Figura 13	-	Ângulo de Aspecto Solar x Tempo com Atualização Diária e Restrito aos Ângulos de Segurança para o Satélite (SCD1).	..... 57
Figura 14	-	Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD1).	..... 58

Figura 15	-	Ascensão Reta x Tempo com atualização diária (SCD2).	.....	59
Figura 16	-	Declinação do Eixo de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD2).	.....	60
Figura 17	-	Velocidade de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD2).	.....	60
Figura 18	-	Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD2).	.....	61
Figura 19	-	Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD2).	.....	61
Figura 20	-	Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD2).	.....	62
Figura 21	-	Erro de Apontamento x Tempo com atualização diária (SCD2).	.....	63
Figura 22	-	Ângulo de Aspecto Solar x Tempo com Atualização Diária e Restrito aos Ângulos de Segurança para o Satélite (SCD2).	.....	66
Figura 23	-	Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD2).	.....	67
Figura 24	-	Ângulo de Aspecto Solar x Tempo Sem Atualização Diária no período A e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2).	.....	75
Figura 25	-	Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).	.....	75
Figura 26	-	Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).	.....	76

Figura 27	-	Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).	.....	76
Figura 28	-	Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).	.....	77
Figura 29	-	Erro de Apontamento x Tempo sem atualização diária no período A (SCD2).	.....	77
Figura 30	-	Ângulo de Aspecto Solar x Tempo sem Atualização Diária no Período B e Restrito aos Ângulos de Segurança para o Satélite (SCD2).	.....	78
Figura 31	-	Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).	.....	78
Figura 32	-	Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).	.....	79
Figura 33	-	Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).	.....	79
Figura 34	-	Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).	.....	80
Figura 35	-	Erro de Apontamento x Tempo sem atualização diária no período B (SCD2).	.....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	-	Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE. ....	20
Tabela 2	-	Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE, Sendo que os Dias Destacados Representam a Ocorrência de Controle de Atitude. ....	21
Tabela 3	-	Valores de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ e $\theta'$ do SCD1 calculados pelo modelo teórico com atualização diária dos dados. ....	55
Tabela 4	-	Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ , $\theta'$ e $\theta$ para o SCD1 com atualização diária dos dados. ....	56
Tabela 5	-	Valores de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ e $\theta'$ do SCD2 calculados pelo modelo teórico com atualização diária dos dados. ....	64
Tabela 6	-	Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ , $\theta'$ e $\theta$ para o SCD2. ....	65
Tabela 7	-	Valores obtidos de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ e $\theta'$ pelo modelo teórico sem atualização para o SCD1 no período de 24/07/1993 a 26/07/1993. ....	68
Tabela 8	-	Valores dos erros de $\Delta\alpha$ , $\Delta\delta$ , $\Delta W$ , $\Delta\theta'$ e do $\theta$ para o SCD1 no período de 24/07/1993 a 26/07/1993. ....	68
Tabela 9	-	Valores obtidos de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ e $\theta'$ pelo modelo teórico sem atualização para o SCD1 no período de 24/08/1993 a 27/08/1993. ....	69
Tabela 10	-	Valores dos erros de $\Delta\alpha$ , $\Delta\delta$ , $\Delta W$ , $\Delta\theta'$ e do $\theta$ para o SCD1 no período de 24/08/1993 a 27/08/1993 ....	69
Tabela 11	-	Valores de $\alpha$ , $\delta$ , $\theta'$ e $W$ obtidos pelo modelo teórico para os 2 maiores períodos sem atualização para o SCD2. ....	71
Tabela 12	-	Valores de $\alpha$ , $\delta$ , $\theta'$ e $W$ obtidos pelo modelo teórico para os 3 menores períodos sem atualização para o SCD2. ....	72



Tabela 13	-	Resultados das variações dos valores calculados com os fornecidos pelo CCS de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ e $\theta'$ assim como comportamento de $\theta$ para os 2 maiores períodos sem atualização para o SCD2.	.....	73
Tabela 14	-	Resultados das variações dos valores calculados com os fornecidos pelo CCS de $\alpha$ , $\delta$ , $W$ e $\theta'$ assim como comportamento de $\theta$ para os 3 menores períodos sem atualização para o SCD2.	.....	74
Tabela A1	-	Valores das constantes $K_{nj}$	.....	86
Tabela A2	-	Valores das constantes $a_i$	.....	86
Tabela A3	-	Valores das fases $p_n$	.....	86
Tabela B1	-	Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1.	.....	87
Tabela B2	-	Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2.	.....	88
Tabela C1	-	Magnitude do Torque Aerodinâmico no SCD1 e no SCD2 para as duas Abordagens Realizadas no Trabalho	.....	89

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCS	-	Centro Controle de Satélites
CM	-	Centro de Massa
CP	-	Centro de Pressão
FEG	-	Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá
INPE	-	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais Plataformas Automáticas de Coleta de Dados
PCD	-	Ambientais
SCD1	-	Primeiro Satélite Brasileiro de Coleta de Dados
SCD2	-	Segundo Satélite Brasileiro de Coleta de Dados
TA	-	Torque Aerodinâmico
TD88	-	Modelo de Densidade Atmosférica Usado no Trabalho.
UNESP	-	Universidade Estadual Paulista

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	-	Matriz de Rotação em Termo dos Elementos Orbitais
$a$	-	Semi-eixo Maior da Órbita
$a_{31}, a_{32}$ e $a_{33}$	-	Componentes da Matriz $a$ que Fazem Parte da Expressão do Torque Aerodinâmico
$C_D$	-	Coeficiente de Arrasto Atmosférico
$D$	-	Módulo da Força de Arrasto
$\vec{D}$	-	Vetor Força de Arrasto
$\vec{D}_m$	-	Vetor Força de Arrasto Médio
$\vec{D}_X, \vec{D}_Y, \vec{D}_Z$	-	Componentes da Força de Arrasto no Sistema do Satélite
$D_X, D_Y, D_Z$	-	Módulo das Componentes da Força de Arrasto no Sistema do Satélite
$D_{xm}, D_{ym}, D_{zm}$	-	Módulo das Componentes da Força de Arrasto Médio
$d$	-	Dias Contados em Um Ano
$e$	-	Excentricidade da Órbita
$F_b$	-	Fluxo Solar Médio
$F_x$	-	Fluxo Solar
$f_1, f_2, f_3$	-	Componentes em Função de $v$
$f_x, f_0, k_0$	-	Constantes Relacionadas ao Fluxo Solar
$g_n$	-	Termos que Relacionam a Densidade com a Latitude
$I$	-	Inclinação Orbital
$I_0$	-	Valor inicial da Inclinação Orbital
$I_x, I_y$ e $I_z$	-	Momentos principais de inércia do satélite
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	-	Versores do Sistema Inercial ou Equatorial
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	-	Versores no Sistema do Satélite
$\hat{i}_o, \hat{j}_o, \hat{k}_o$	-	Versores do Sistema Orbital
$K_p$	-	Índice Geométrico

$me$	-	Margem Estática
$me_x, me_y,$	-	Componentes da Margem Estática
$me_z$		
$N_A$	-	Módulo do Torque Aerodinâmico
$\vec{N}_A$	-	Vetor Torque Aerodinâmico
$N_{AX}, N_{AY}, N_{AZ}$	-	Módulo das Componentes do Torque Aerodinâmico no sistema do Satélite
$N_{xm}, N_{ym}, N_{zm}$	-	Módulo das Componentes do Torque Aerodinâmico Médio
$p_n$	-	Fases, Presentes no Calculo Segundo o Modelo TD88
$R_1$	-	Matriz de Rotação em Termo dos Elementos Orbitais
$R_2$	-	Matriz de Rotação em Termo de Alfa e Delta
$R_1^t$	-	Transposta da Matriz de Rotação
$R_T$	-	Raio Terrestre
$r'$	-	Módulo do Vetor Posição do Satélite
$S$	-	Área de secção transversal do satélite
$T$	-	Período Orbital
$t$	-	Hora Local
$\hat{u}$	-	Vetor Unitário da Direção de Incidência dos Raios Solares
$\vec{V}$	-	Vetor Velocidade do Satélite
$V_x, V_y$	-	Módulo das Componentes da Velocidade do Satélite
$V_S$	-	Módulo da Velocidade do Satélite
$\vec{V}'$	-	Velocidade do Satélite em Relação ao Meio
$W$	-	Velocidade de Rotação do Satélite
$W_0$	-	Valor inicial da Velocidade de Rotação do Satélite
$W_{INPE}$	-	Velocidade de Rotação do Satélite Fornecida Pelo CCS/INPE
$W_{TA}$	-	Velocidade de Rotação do Satélite Calculada Pela Teoria com o TA

$\alpha$	-	Ascensão Reta do Eixo de Rotação
$\alpha_0$	-	Valor inicial da Ascensão Reta do Eixo de Rotação
$\alpha_{INPE}$	-	Ascensão Reta do Eixo de Rotação Fornecida Pelo CCS/INPE
$\alpha_{sol}$	-	Ascensão Reta do Sol
$\alpha_{TA}$	-	Ascensão Reta do Eixo de Rotação Calculada Pela Teoria com o TA
$\gamma_s$	-	Ângulo Entre os Vetores Velocidade e Posição do Satélite
$\delta$	-	Declinação do Eixo de Rotação do Satélite
$\delta_0$	-	Valor inicial da Declinação do Eixo de Rotação do Satélite
$\delta_{INPE}$	-	Declinação do Eixo de Rotação do Satélite Fornecida Pelo CCS/INPE
$\delta_{sol}$	-	Declinação do Sol
$\delta_{TA}$	-	Declinação do Eixo de Rotação do Satélite Calculada Pela Teoria com o TA
$\eta_\alpha$ e $\eta_\delta$	-	Coefficientes Angulares
$\theta$	-	Desvio angular que Define o Erro de Apontamento
$\theta'$	-	Ângulo de Aspecto Solar
$\lambda$	-	Comprimento Característico
$\mu$	-	Constante Gravitacional da Terra
$\nu$	-	Anomalia Verdadeira
$\rho_s$	-	Densidade Atmosférica
$\varphi$	-	Latitude Geográfica Local
$\Omega$	-	Longitude do Nodo Ascendente
$\Omega_0$	-	Valor inicial da Longitude do Nodo Ascendente
$\omega$	-	Argumento do Perigeu

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>1.1.</b>	<b>Objetivo.....</b>	<b>17</b>
<b>1.2.</b>	<b>Motivação.....</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1.</b>	<b>Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2.</b>	<b>Modelagem do Torque Aerodinâmico.....</b>	<b>22</b>
<b>2.3.</b>	<b>Sistemas de Coordenadas.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4.</b>	<b>As Componentes da Força de Arrasto.....</b>	<b>26</b>
<b>2.5.</b>	<b>Componentes do Torque Aerodinâmico.....</b>	<b>29</b>
<b>2.6.</b>	<b>Modelo da Densidade Atmosférica TD88.....</b>	<b>33</b>
<b>3</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>35</b>
<b>3.1</b>	<b>Equações do Movimento.....</b>	<b>35</b>
<b>3.2.</b>	<b>Solução Analítica para as Equações do Movimento.....</b>	<b>36</b>
<b>3.3.</b>	<b>Erro de Apontamento.....</b>	<b>39</b>
<b>3.4.</b>	<b>Cálculo do Erro de Apontamento.....</b>	<b>40</b>
<b>3.5.</b>	<b>Ângulo de Aspecto Solar.....</b>	<b>41</b>
<b>3.6.</b>	<b>Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar.....</b>	<b>44</b>
<b>3.7.</b>	<b>Simulações Numéricas e Resultados para os Satélites SCD1 e SCD2.....</b>	<b>46</b>
<b>3.7.1.</b>	<b>Algoritmo para Simulação Computacional.....</b>	<b>46</b>
<b>3.7.2.</b>	<b>Abordagem com Atualização Diária de Dados de Atitude e Órbita.....</b>	<b>49</b>
<b>3.7.2.1.</b>	<b>Resultados para o SCD1.....</b>	<b>49</b>
<b>3.7.2.1.1.</b>	<b>Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade Angular Rotacional.....</b>	<b>49</b>
<b>3.7.2.1.2.</b>	<b>Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar.....</b>	<b>53</b>
<b>3.7.2.2.</b>	<b>Resultados para o SCD2.....</b>	<b>58</b>
<b>3.7.2.2.1</b>	<b>Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade Angular Rotacional.....</b>	<b>58</b>
<b>3.7.2.2.2.</b>	<b>Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar.....</b>	<b>62</b>
<b>3.7.3.</b>	<b>Abordagem sem Atualização de Dados de Atitude e Órbita.....</b>	<b>67</b>
<b>3.7.3.1.</b>	<b>Resultados sem Atualização da Atitude para o SCD1...</b>	<b>67</b>
<b>3.7.3.1.</b>	<b>Resultados sem Atualização da Atitude para o SCD2...</b>	<b>69</b>

<b>4</b>	<b>CONCLUSSÃO.....</b>	<b>81</b>
	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>83</b>
	<b>APÊNDICE A – Constantes do modelo TD88.....</b>	<b>86</b>
	<b>APÊNDICE B – Ascensão reta e declinação do sol.....</b>	<b>87</b>
	<b>APÊNDICE C – Magnitude do Torque Aerodinâmico...</b>	<b>89</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O sucesso de missões espaciais envolvendo satélites artificiais depende da posição e orientação em que estes se encontram no espaço, em relação a um sistema de referência fixo na Terra. Porém, a ação contínua de forças, oriundas do meio onde os satélites orbitam, influencia significativamente no movimento destes, ou seja, na atitude e na órbita destes satélites. Este trabalho enfoca o estudo da atitude do satélite ou seja seu movimento em torno do centro de massa. A descrição do movimento rotacional de veículos espaciais é realizada através das equações do movimento, as quais dependem das componentes de torques ambientais causados pelas forças antes mencionadas. Aqui será considerado apenas a força aerodinâmica atuando no satélite.

As forças aerodinâmicas são criadas pela colisão das moléculas de ar rarefeito da alta atmosfera com a superfície do satélite. A resultante dessas forças atua em um ponto chamado centro de pressão (CP). A distância entre CP e o centro de massa (CM) do satélite é chamada de margem estática (*me*). Quando a margem estática não é nula, um torque, o Torque Aerodinâmico (TA), pode ser produzido pela Força Aerodinâmica. Este torque é predominante em satélites de baixa altitude (com perigeu menor que quatrocentos quilômetros), uma vez que depende da quantidade de moléculas de ar na atmosfera da Terra.

As equações do movimento de satélites estabilizados por rotação, os quais possuem o eixo de rotação alinhado com o eixo de maior momento principal de inércia do satélite, são descritas em termos do módulo da velocidade de rotação ( $W$ ), da ascensão reta ( $\alpha$ ) e da declinação do eixo de rotação do satélite ( $\delta$ ). Estas equações dependem das componentes dos torques externos atuantes no satélite, expressas em um sistema fixo no satélite, no qual o eixo  $z$  coincide com o eixo de rotação do satélite. Neste trabalho são incluídas as parcelas referentes ao Torque Aerodinâmico.

Alem do TA estão entre os torques ambientais que mais afetam a atitude do satélite o Torque de Gradiente de Gravidade, o Torque de Pressão de Radiação Solar Direta e os Torques Magnéticos.



A análise da dinâmica do movimento rotacional dos satélites, aqui realizada, envolve a determinação de uma solução analítica para as equações do movimento, incluindo parcelas do torque aerodinâmico atuante no satélite, e o estudo do comportamento temporal do erro de apontamento (desvio angular entre o eixo de rotação real e o eixo de rotação calculado pela teoria proposta), que será representado por  $\theta$ , e do ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação e a direção de incidência do Sol), que será representado por  $\theta'$ .

Este trabalho dá continuidade a projetos de iniciação científica desenvolvidos junto ao programa PIBIC/CNPq/INPE.

### **1.1. Objetivos**

Os objetivos deste trabalho são:

- determinar soluções analíticas para as equações do movimento de satélites estabilizados por rotação, incluindo parcelas do torque aerodinâmico;
- implementar numericamente as soluções analíticas e comparar os resultados com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2;
- analisar o comportamento temporal do erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar na presença do torque aerodinâmico.

### **1.2. Motivação**

Soluções analíticas para as equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação já foram obtidas em trabalhos anteriores, considerando o torque de gradiente de gravidade, torque magnético residual e torque magnético devido às correntes de Foucault. Assim este trabalho estará complementando os trabalhos anteriores, buscando representar de modo mais real o comportamento do satélite no espaço.

As aplicações são realizadas com dados reais dos Satélites de Coleta de Dados Brasileiros SCD1 e SCD2 e a teoria envolvida poderá ser útil para análise de missões de futuras missões espaciais brasileiras.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1. Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados**

Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 podem ser considerados como os dois marcos mais importantes das atividades espaciais brasileiras, pois foram os primeiros a serem concebidos, projetados e fabricados no Brasil (WINTER, PRADO, 2007).

A missão do SCD1 e SCD2 consiste, basicamente, em retransmitir, em direção às estações receptoras (estações de rastreamento de Cuiabá e Alcântara, no caso), os dados obtidos por uma rede de Plataformas Automáticas de Coleta de Dados Ambientais (PCD) distribuídas ao longo do território nacional. Cada plataforma, após coletar os dados relativos à sua aplicação específica, transmite-os na banda de frequência UHF, em aproximadamente 400 MHz. Quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance das antenas) da estação, os sinais das plataformas que se encontram visíveis ao satélite são captados e retransmitidos à estação onde os dados são gravados. Após a passagem do satélite, estes dados são transmitidos ao Centro de Controle de Missão, em Cachoeira Paulista, onde, então, são processados e distribuídos aos usuários para suas análises e pesquisas.

O contato entre o sistema de controle de solo e um satélite é estabelecido pelas estações de rastreamento, quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance) de suas antenas. Durante períodos de visibilidade (ou passagens do satélite), o sinal transmitido pelo satélite é captado pela antena da estação, sendo estabelecido um enlace descendente de comunicação. O sinal recebido contém as informações (dados) de telemetria que revelam o estado atual de funcionamento do satélite. Uma vez estabelecido o enlace descendente, a estação estabelece também um enlace ascendente, que é utilizado para envio de telecomandos (comandos para o satélite), e execução de medidas de rastreamento (distância e velocidade), utilizados para manutenção e operação do satélite.

O SCD1 e o SCD2 foram injetados em órbitas praticamente circulares semelhantes, da ordem de 750 Km de altitude, e de 25° de inclinação em relação ao plano do equador. Esses satélites realizam aproximadamente um total de 14 órbitas a cada 24 horas. Destas 14 passagens

diárias, devido à inclinação do plano orbital, em média, apenas 8 passagens consecutivas são visíveis pela estação de Cuiabá, que é a estação de rastreamento primária utilizada no controle. Deste modo, a cada 24 horas, ocorre um intervalo de tempo correspondente em médias a 6 órbitas (aproximadamente 10 horas) em que não há passagens de um dos satélites sobre Cuiabá. Os parâmetros orbitais do SCD2 foram projetados de maneira tal que seu ciclo diário de passagens consecutivas por Cuiabá fosse complementar ao ciclo de passagens do SCD1, a fim de que o período diário em que não há passagens de um satélite seja coberto pelo outro.

O SCD1 foi lançado em 9 de fevereiro de 1993 às 14:42:20 UTC. Foi colocado em órbita pelo lançador norte-americano Pégasus. Este veículo possui um conceito inovador em termos de lançamento de satélites. É transportado fixo a um avião até um determinado ponto, onde é liberado, após alguns segundos de queda livre seus propulsores são acionados, iniciando-se o lançamento (ORLANDO, LOPES, KUGA, 1997; WINTER, PRADO, 2007).

O SCD2, segundo satélite de coleta de dados, projetado, construído, e operado em órbita pelo INPE, foi lançado em 22 de Outubro de 1998. Como no caso do SCD1 também através do foguete lançador norte-americano Pégasus (KUGA, ORLANDO, LOPES, 1999; WINTER, PRADO, 2007).

Exatamente às 22:12:57 horas (horário de Brasília) ocorreu a separação entre o satélite e o último estágio do lançador, concluindo o lançamento com êxito e garantindo a continuidade do Programa de Coleta de Dados Ambientais.

Aproximadamente 12 segundos após a separação entre o satélite e o último estágio do foguete lançador, o SCD2 entrou na região de visibilidade (alcance) da estação de rastreamento de Alcântara. A antena da estação imediatamente captou o sinal transmitido pelo SCD2, o que indicava que o transmissor de telecomunicações de serviço do satélite, que deveria ser automaticamente ativado durante a separação, estava ativo.

As Tabelas 1 e 2 apresentam os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélite (CCS) do INPE para o intervalo de tempo considerado nas simulações.

**Tabela 1 – Dados do satélite SCD1 fornecidas pelo CCS/INPE.**

<b>Dia-SCD1</b>	<b><math>\alpha</math> INPE(°)</b>	<b><math>\delta</math> INPE(°)</b>	<b>W INPE(rpm)</b>	<b><math>\theta'</math> INPE(°)</b>
24/7/1993	234,1000	77,3000	90,8100	75,0150
25/7/1993	233,7400	77,6900	90,7100	74,7877
26/7/1993	233,5400	78,0900	90,6200	74,6027
27/7/1993	233,5300	78,5000	90,5200	74,4644
28/7/1993	233,7300	78,9300	90,4200	74,3711
29/7/1993	234,1400	79,3500	90,3300	74,3293
30/7/1993	234,8300	79,7800	90,2300	74,3409
31/7/1993	235,8000	80,2000	90,1200	74,4064
1/8/1993	237,1200	80,6000	90,0200	74,5341
2/8/1993	238,8200	80,9900	89,9100	74,7184
3/8/1993	240,8900	81,3400	89,8100	74,9601
4/8/1993	244,0400	81,8600	89,5400	75,2750
5/8/1993	246,6200	82,1200	89,3500	75,5814
6/8/1993	249,5300	82,3300	89,1600	75,9337
7/8/1993	252,7400	82,4800	88,9700	76,3321
8/8/1993	256,1500	82,5800	88,7900	76,7624
9/8/1993	259,7000	82,6000	88,5900	77,2361
10/8/1993	263,2000	82,5600	88,4100	77,7290
11/8/1993	266,5500	82,4400	88,2200	78,2482
12/8/1993	269,7000	82,2800	88,0300	78,7716
13/8/1993	272,5400	82,0600	87,8500	79,3036
14/8/1993	275,7500	81,8500	87,6100	79,8737
15/8/1993	277,4500	81,6200	87,4200	80,3016
16/8/1993	278,9000	81,3700	87,2400	80,7190
17/8/1993	280,0900	81,1000	87,0600	81,1234
18/8/1993	281,0100	80,8200	86,8800	81,5045
19/8/1993	281,7400	80,5300	86,7100	81,8688
20/8/1993	282,2400	80,2300	86,5400	82,2091
21/8/1993	282,5700	79,9300	86,3700	82,5228
22/8/1993	282,7000	79,6400	86,2100	82,7966
23/8/1993	282,6700	79,3500	86,0400	83,0397
24/8/1993	283,5000	79,2200	85,8800	83,2965
25/8/1993	283,0100	78,9500	85,8000	83,4450
26/8/1993	282,4300	78,7000	85,7300	83,5520
27/8/1993	281,7600	78,4800	85,6600	83,6109
28/8/1993	281,0100	78,2700	85,5800	83,6349
29/8/1993	280,1800	78,0800	85,5100	83,6178
30/8/1993	279,2900	77,9100	85,4400	83,5632
31/8/1993	278,3400	77,7800	85,3700	83,4627
1/9/1993	277,3600	77,6700	85,3100	83,3333

**Tabela 2** – Dados do satélite SCD2 fornecidas pelo CCS/INPE, Sendo que os Dias Destacados Representam a Ocorrência de Controle de Atitude.

<b>Dia</b>	<b><math>\alpha</math> INPE(°)</b>	<b><math>\delta</math> INPE(°)</b>	<b>W INPE(rpm)</b>	<b><math>\theta'</math> INPE(°)</b>
1/2/2002	281,7200	62,7400	34,5700	83,9311
2/2/2002	281,5300	62,9499	34,5900	84,1472
3/2/2002	281,3800	63,2019	34,6100	84,3397
4/2/2002	281,2800	63,4429	34,6300	84,5228
5/2/2002	280,0500	63,3900	34,6300	84,8004
6/2/2002	280,0600	63,4747	34,6200	84,8429
7/2/2002	280,0900	63,5517	34,6200	84,8752
8/2/2002	280,1300	63,6142	34,6100	84,8847
9/2/2002	280,1800	63,6780	34,6100	84,8778
10/2/2002	280,2500	63,7348	34,6000	84,8806
11/2/2002	280,3100	63,7863	34,6000	84,8683
12/2/2002	278,7100	63,4700	34,4800	85,2011
13/2/2002	278,7300	63,5146	34,4200	85,1854
14/2/2002	278,7400	63,4636	34,3700	85,1569
15/2/2002	278,7400	63,4090	34,3100	85,1537
16/2/2002	278,7200	63,3570	34,2600	85,0362
17/2/2002	278,6800	63,3160	34,2000	85,1465
18/2/2002	278,6300	63,2964	34,1400	85,1678
19/2/2002	278,5700	63,2926	34,0800	85,1732
20/2/2002	278,5000	63,3014	34,0200	85,2182
21/2/2002	278,4200	63,3170	33,9600	85,2437
22/2/2002	278,3300	63,3421	33,9000	85,2939
23/2/2002	278,2300	63,3590	33,8300	85,3446
24/2/2002	276,6000	61,2200	33,6900	85,0065
25/2/2002	276,4200	61,1443	33,6900	85,0664
26/2/2002	276,2000	60,9304	33,5500	85,1250
27/2/2002	275,9400	60,7028	33,4800	85,2245
28/2/2002	275,6400	60,4678	33,4000	85,3469
1/3/2002	273,7500	59,4002	33,4300	85,8989
2/3/2002	273,3900	59,1207	33,4100	86,0924
3/3/2002	272,9700	58,8507	33,3800	86,3097
4/3/2002	272,5200	58,5730	33,3500	86,5740
5/3/2002	271,6300	58,2500	33,3400	87,0599
6/3/2002	271,1400	57,9950	33,3600	87,3923
7/3/2002	270,6300	57,7446	33,3800	87,7339
8/3/2002	270,0700	57,5159	33,4000	88,1348
9/3/2002	269,4900	57,3094	33,4200	88,5385
10/3/2002	268,8700	57,1157	33,4400	89,0128
11/3/2002	268,2400	56,9538	33,4600	89,4883
12/3/2002	267,8400	56,7966	33,5100	89,8643

## 2.2. Modelagem do Torque Aerodinâmico

O modelo matemático para o torque aerodinâmico utilizado aqui foi baseado em Sene (2007) e Zanardi (2005). No modelo de TA, aqui desenvolvido, se considera apenas a força de arrasto ( $\vec{D}$ ), com mesma direção e sentido contrário à velocidade ( $\vec{V}$ ) do satélite. O cálculo do coeficiente de arrasto é muito complexo, tendo sido adotado  $C_D = 2,2$ , valor adequado para satélites artificiais (Wertz, 1978). Para a velocidade em relação ao meio ( $\vec{V}'$ ) é assumido igual a velocidade orbital, assumindo uma atmosfera não girante. Para a densidade atmosférica ( $\rho_s$ ), é utilizado um valor numérico para a densidade atmosférica determinada pelo modelo de densidade atmosférica TD88 (SEHNAL e POSPÍSILOVÁ, 1988).

Primeiramente são determinadas as componentes do TA no sistema do satélite considerando o TA resultante apenas de  $\vec{D}$ . O TA é expresso pelo produto vetorial:

$$\vec{N}_A = \vec{m}e \times \vec{D} \quad (1)$$

A margem estática é dada no sistema do satélite, sendo suas componentes  $me_x$  e  $me_y$  definidas em função do raio da base do satélite e a componente  $me_z$  do comprimento do satélite.

## 2.3. Sistemas de Coordenadas

A força de arrasto  $\vec{D}$  sobre o satélite tem a mesma direção da velocidade orbital, e é expressa no sistema orbital  $(\hat{i}_o, \hat{j}_o, \hat{k}_o)$ , dessa forma são utilizadas matrizes de rotação para obter as componentes da força de arrasto no sistema do satélite  $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ .

A relação entre o Sistema Equatorial e o Sistema do Satélite é dada por :

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen} \delta & \text{cos} \delta \\ 0 & -\text{cos} \delta & \text{sen} \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\text{sen} \alpha & \text{cos} \alpha & 0 \\ -\text{cos} \alpha & -\text{sen} \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (2)$$

De onde obtemos a matriz de rotação  $R_1$ , que é o produto das duas matrizes centrais da equação matricial (2):

$$R_1 = \begin{pmatrix} -\text{sen} \alpha & \text{cos} \alpha & 0 \\ -\text{cos} \alpha \text{sen} \delta & -\text{sen} \alpha \text{sen} \delta & \text{cos} \delta \\ \text{cos} \alpha \text{cos} \delta & \text{sen} \alpha \text{cos} \delta & \text{sen} \delta \end{pmatrix} \quad (3)$$

Para relacionar o Sistema Equatorial  $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$  com o Sistema Orbital são necessárias três rotações representadas pelos ângulos (BATE,1971):  $\Omega$  (longitude do nodo ascendente),  $I$  (inclinação orbital) e  $(\omega + \nu)$  (argumento do perigeu mais anomalia verdadeira). Realizando as três rotações necessárias encontramos:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_o \\ \hat{j}_o \\ \hat{k}_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{cos}(\omega + \nu) & \text{sen}(\omega + \nu) & 0 \\ -\text{sen}(\omega + \nu) & \text{cos}(\omega + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{cos} I & \text{sen} I \\ 0 & -\text{sen} I & \text{cos} I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{cos} \Omega & \text{sen} \Omega & 0 \\ -\text{sen} \Omega & \text{cos} \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (4)$$

desenvolvendo o produto das matrizes em (4) obtemos a matriz  $R_2$  :

$$R_2 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \operatorname{sen} \Omega \operatorname{sen}(\omega + \nu) \cos I \\
r_{12} &= \operatorname{sen} \Omega \cos(\omega + \nu) + \cos \Omega \operatorname{sen}(\omega + \nu) \cos I \\
r_{13} &= \operatorname{sen}(\omega + \nu) \operatorname{sen} I \\
r_{21} &= -\cos \Omega \operatorname{sen}(\omega + \nu) - \operatorname{sen} \Omega \cos(\omega + \nu) \cos I \\
r_{22} &= -\operatorname{sen} \Omega \operatorname{sen}(\omega + \nu) + \cos \Omega \cos(\omega + \nu) \cos I \\
r_{23} &= \cos(\omega + \nu) \operatorname{sen} I \\
r_{31} &= \operatorname{sen} \Omega \operatorname{sen} I \\
r_{32} &= -\cos \Omega \operatorname{sen} I \\
r_{33} &= \cos I
\end{aligned} \tag{6}$$

Portanto as seguintes relações entre o Sistema Equatorial, Sistema do Satélite e Sistema Orbital são expressas por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_o \\ \hat{j}_o \\ \hat{k}_o \end{pmatrix} = \mathbf{R}_2 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = \mathbf{R}_1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = \mathbf{R}_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \tag{9}$$

Substituindo (9) em (7), temos a relação entre o Sistema Orbital e Sistema do Satélite dado por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_o \\ \hat{j}_o \\ \hat{k}_o \end{pmatrix} = \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1^t \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} \tag{10}$$



Chamando a matriz  $R_2 R_1^t$  de  $A$ , e  $a_{ij}$  os termos desta matriz  $A$ , temos (CHIARADIA, 2010):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$a_{11} = [(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\alpha)) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos \alpha] \quad (12)$$

$$a_{12} = [(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha)) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha)) + (\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(I) \text{sen}(\delta))] \quad (13)$$

$$a_{13} = [(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega)) \cos(\delta) \cos(\alpha) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(I)) \text{sen}(\delta)] \quad (14)$$

$$a_{21} = [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \cos(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\alpha)) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \cos(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos(\alpha)] \quad (15)$$

$$a_{22} = [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \cos(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha)) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \cos(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha)) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(I)) \text{sen}(\delta)] \quad (16)$$

$$a_{23} = [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \cos(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega)) \cos(\delta) \cos(\alpha) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \cos(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(I)) \text{sen}(\delta)] \quad (17)$$

Obs: As componentes  $a_{31}$ ,  $a_{32}$  e  $a_{33}$ , não fazem parte da expressão do torque aerodinâmico, pois é admitido que a força aerodinâmica atua apenas no plano orbital.

#### 2.4. As componentes da Força de Arrasto

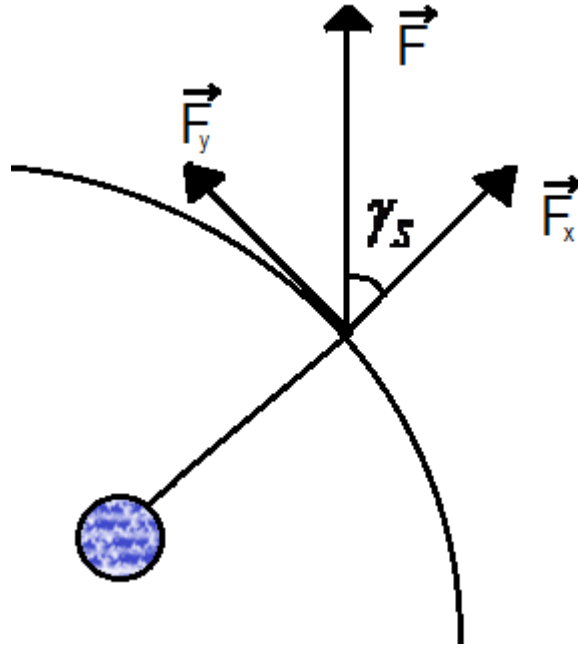
A força de arrasto no Sistema Orbital é dada por (Zanardi, 1990):

$$\vec{D} = -D(\cos(\gamma_s)\vec{i}_o + \text{sen}(\gamma_s)\vec{j}_o) \quad (18)$$

Em que  $\vec{i}_o = a_{11}\vec{i} + a_{12}\vec{j} + a_{13}\vec{k}$  e  $\vec{j}_o = a_{21}\vec{i} + a_{22}\vec{j} + a_{23}\vec{k}$ ,  $\gamma_s$  é o ângulo entre o vetor posição e o vetor velocidade do satélite (como mostra a Figura 1) e

$$D = \frac{1}{2} \rho_s S C_D V_s^2 \quad (18a)$$

sendo  $V_s$  o módulo da velocidade do satélite.



**Figura 1** – Definição do ângulo  $\gamma_s$ .

As componentes da força de arrasto no Sistema do Satélite são dadas então por:

$$\begin{aligned}
 \vec{D}_x &= -D[a_{11} \cos(\gamma_s) + a_{21} \text{sen}(\gamma_s)]\vec{i} \\
 \vec{D}_y &= -D[a_{12} \cos(\gamma_s) + a_{22} \text{sen}(\gamma_s)]\vec{j} \\
 \vec{D}_z &= -D[a_{13} \cos(\gamma_s) + a_{23} \text{sen}(\gamma_s)]\vec{k}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

ou ainda, substituindo (12) a (17) em (19), temos:

$$\begin{aligned}
 \vec{D}_x &= -D\{[(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\alpha)) + \\
 &(\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos \alpha] \cos(\gamma_s) + \\
 &+ [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \cos(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\alpha)) + \\
 &+ (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \cos(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos(\alpha)] \text{sen}(\gamma_s)\}\vec{i}
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
\vec{D}_Y = & -D\{[(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha)) + \\
& + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha)) + \\
& + (\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(I) \text{sen}(\delta)] \cos(\gamma_S) + [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \\
& - \cos(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \cos(\alpha)) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \\
& \cos(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega))(-\text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha)) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(I) \text{sen}(\delta)] \text{sen}(\gamma_S)\} \vec{j}
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
\vec{D}_Z = & -D\{[(\cos(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega)) \cos(\delta) \cos(\alpha) + \\
& + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha) + \\
& (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(I) \text{sen}(\delta)] \cos(\gamma_S) + [(-\text{sen}(\omega + \nu) \cos(\Omega) - \\
& - \cos(\omega + \nu) \cos(I) \text{sen}(\Omega)) \cos(\delta) \cos(\alpha) + (-\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(\Omega) + \\
& \cos(\omega + \nu) \cos(I) \cos(\Omega)) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha) + (\cos(\omega + \nu) \text{sen}(I) \text{sen}(\delta)] \text{sen}(\gamma_S)\} \vec{k}
\end{aligned} \tag{22}$$

A partir da Figura 1 temos as seguintes relações:

$$\text{sen}(\gamma_S) = \frac{V_Y}{V_S} \tag{23}$$

$$\text{cos}(\gamma_S) = \frac{V_X}{V_S} \tag{24}$$

sendo:

$$(V_S)^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2 \tag{25}$$

com (Bate,1971):

$$V_X = \left( \frac{\mu}{a(1-e^2)} \right)^{1/2} e \text{sen}(\nu) \tag{26}$$

$$V_Y = \frac{(\mu a(1-e^2))^{1/2}}{r'} \tag{27}$$

sendo  $a$  o semi-eixo maior da órbita,  $e$  a excentricidade da órbita,  $\mu$  a constante gravitacional da Terra e  $r'$  o módulo do vetor posição do satélite.

Assim, a velocidade orbital do satélite é dada por:

$$V_s = \left( \frac{\mu}{p} (1 + 2e \cos(v) + e^2) \right)^{1/2} \quad (28)$$

Podemos assim reescrever o seno e o co-seno de  $\gamma_s$  como se segue :

$$\text{sen}(\gamma_s) = \frac{1 + e \cos(v)}{(1 + 2e \cos(v) + e^2)^{1/2}} \quad (29)$$

$$\text{cos}(\gamma_s) = \frac{e \text{sen}(v)}{(1 + 2e \cos(v) + e^2)^{1/2}} \quad (30)$$

## 2.5. Componentes do Torque Aerodinâmico

O Torque Aerodinâmico (TA) é representado pelo produto vetorial da margem estática pela força de arrasto no sistema do satélite, assim sendo o TA fica expresso por:

$$\vec{N}_A = \vec{m}e \times \vec{D} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ m e_x & m e_y & m e_z \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix} \quad (31)$$

As componentes do TA no sistema do satélite são, então, expressas por:

$$\begin{aligned}
N_{AX} &= D_Z m e_Y - D_Y m e_Z \\
N_{AY} &= D_X m e_X - D_Z m e_X \\
N_{AZ} &= D_Y m e_X - D_X m e_Y
\end{aligned} \tag{32}$$

ou ainda:

$$\vec{N}_A = N_{AX} \vec{i} + N_{AY} \vec{j} + N_{AZ} \vec{k} \tag{33}$$

Para encontrar as componentes do TA médio é necessário integrar suas componentes para um período orbital, sendo que aqui o instante inicial é assumido quando o satélite se encontra no pericentro. Neste trabalho é admitido que, margem estática é fixa e assim a determinação do torque médio é associado a determinação da força de arrasto média. Inicialmente na determinação do torque médio também é assumido um valor médio para a densidade, de modo que ela não interfere no cálculo da média.

Para isso pode-se expandir  $\text{sen}(\gamma_S)$  e  $\text{cos}(\gamma_S)$  em séries de Maclaurin para simplificar os cálculos, pois a excentricidade dos satélites são muito pequenas, em torno de 0,05.

Assim obtemos:

$$(1 + 2e \cos(v) + e^2)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \theta(x^3) \tag{34}$$

em que  $x = 2e \cos(v) + e^2$

Considerando apenas os termos da expansão até a ordem dois ( $e^2$ ) simplifica-se o seno e o co-seno de  $\gamma_S$  em:

$$\text{sen}(\gamma_S) = e \text{sen}(v)(1 - e \cos(v)) \tag{35}$$

$$\cos(\gamma_s) = 1 - \frac{e^2}{2} \text{sen}^2(v) \quad (36)$$

Dessa forma substituindo (35) e (36) nas expressões (20), (21) e (22), as componentes do arrasto no sistema do satélite ficam simplificadas na seguinte forma (CHIARADIA,2010):

$$\begin{aligned} D_X &= \Delta(\varphi(v)[a_{11}] + \theta(v)[a_{21}]) \\ D_Y &= \Delta(\varphi(v)[a_{12}] + \theta(v)[a_{22}]) \\ D_Z &= \Delta(\varphi(v)[a_{13}] + \theta(v)[a_{23}]) \end{aligned} \quad (37)$$

em que

$$\Delta = -\frac{1}{2} \rho_s S C_D \frac{\mu}{p} \quad (37a)$$

$$\varphi(v) = e \text{sen}(v) - \frac{e^2}{2} \text{sen}(2v) \quad (37b)$$

$$\theta(v) = 1 + \frac{e^2}{2} \text{sen}^2(v) \quad (37c)$$

A força de arrasto média é calculada por:

$$\bar{D}_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+2\pi} \bar{D} dt \quad (38)$$

em que  $T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\mu^{1/2}}$

$$\Rightarrow \bar{D}_m = \frac{p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} \bar{D}(1 + e \cos(v))^{-2} dv \quad (39)$$

É preciso utilizar mais uma expansão em série de Maclaurin para simplificar a resolução da integral (39). Desenvolvendo a expansão para o integrando, temos:

$$(1 + e \cos(v))^{-2} = 1 - 2e \cos(v) + 3e^2 \cos^2(v) + \theta(e^3) \quad (40)$$

Assim, as componentes médias do arrasto no sistema do satélite ficam representadas pelas expressões a seguir:

$$\begin{aligned} D_{Xm} &= \frac{\Delta p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} (\varphi^*(v)(a_{11}) + \theta^*(v)(a_{21})) dv \\ D_{Ym} &= \frac{\Delta p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} (\varphi^*(v)(a_{12}) + \theta^*(v)(a_{22})) dv \\ D_{Zm} &= \frac{\Delta p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} (\varphi^*(v)(a_{13}) + \theta^*(v)(a_{23})) dv \end{aligned} \quad (41)$$

Após um longo processo algébrico, resolvidas as integrais, se encontram as componentes médias do arrasto, dadas por (CHIARADIA,2010):

$$\begin{aligned} D_{Xm} &= \Psi \cos(\omega) [\cos I \cos(\Omega - \alpha) + \sin(\Omega - \alpha)] \\ D_{Ym} &= \Psi \cos(\omega) [-\sin \delta \cos(\Omega - \alpha) + \cos I \sin \delta \sin(\Omega - \alpha) + \sin I \cos \delta] \\ D_{Zm} &= \Psi \cos(\omega) [\cos \delta \cos(\Omega - \alpha) + \cos I \cos \delta \sin(\alpha - \Omega) + \sin I \sin \delta] \end{aligned} \quad (42)$$

onde a constante

$$K = -\left(\frac{e}{4a^{3/2}}\right) \rho_s S C_D \mu p^{1/2}. \quad (42a)$$

As componentes médias do TA são expressas, então, no sistema do satélite, em termos das componentes médias do arrasto e das componentes da margem estática.



$$\begin{aligned}
N_{AXm} &= D_{Zm} m e_Y - D_{Ym} m e_Z \\
N_{AYm} &= D_{Xm} m e_Z - D_{Zm} m e_X \\
N_{AZm} &= D_{Ym} m e_X - D_{Xm} m e_Y
\end{aligned} \tag{43}$$

## 2.6. Modelo de Densidade Atmosférica TD88.

No modelo de torque aerodinâmico desenvolvido neste trabalho é adotado um valor numérico para a densidade atmosférica dado por um modelo exponencial através do modelo TD88 de Sehnal e Pospíšilová (1988).

O modelo TD88 é definido no intervalo entre 150 a 750 quilômetros de altitude, e possui vários parâmetros, entre eles, os fluxos solares, sendo  $F_b$  o fluxo solar médio em três rotações solares e  $F_x$  o fluxo solar medido no comprimento de onda de 10,7 centímetros. Os fluxos solares assumem valores no intervalo de 60 a 220 Watts, e o índice geométrico adimensional  $K_p$  assume valores no intervalo de zero a dez.

A densidade  $\rho$ , é definida pela expressão (SEHNAL; POSPISILOVÁ, 1988):

$$\rho = f_x f_0 k_0 \sum_{n=1}^7 (K_{n,0} + \sum_{j=0}^3 K_{n,j} \exp\left[\frac{120 - (r' - R_T)}{29j}\right]) g_n \tag{44}$$

onde  $(r' - R_T)$  é a altitude do satélite em questão em relação à superfície da Terra, sendo  $R_T$  o raio terrestre, e  $K_{n,j}$  ( $n = 1, 2, \dots, 7$ , e  $j = 0, 1, 2, 3$ ) são constantes numéricas e se encontram no apêndice A.

As constantes  $f_x$ ,  $f_0$  e  $k_0$  descrevem a dependência direta da densidade com o fluxo solar, através de:

$$\begin{aligned}
f_x &= 1 + a_1(F_x - F_b) \\
k_0 &= 1 + a_3(K_p - 3) \\
f_0 &= a_2 + f_m \\
f_m &= \frac{(F_b - 60)}{160}
\end{aligned} \tag{45}$$

Os termos  $g_n$  descrevem a dependência da densidade com a latitude geográfica local ( $\varphi$ ) e com o fluxo solar médio, através de:

$$\begin{aligned}
g_1 &= 1 \\
g_2 &= \frac{f_m}{(2 + a_4)} \\
g_3 &= \text{sen}(d - p_3) \text{sen}(\varphi) \\
g_4 &= (a_5 f_m + 1) \text{sen}[2(d - p_5)] \\
g_6 &= (a_7 f_m + 1) \text{sen}(t - p_6) \cos(\varphi) \\
g_7 &= (a_8 f_m + 1) \text{sen}[2(t - p_7)] \cos^2(\varphi)
\end{aligned} \tag{46}$$

sendo  $d$  o dia contado em um ano,  $t$  é a hora local,  $p_n$  ( $n = 3, 4...7$ ) são as chamadas fases, e  $a_i$  ( $i = 4, 5...8$ ) são constantes, definidas no modelo original TD e apresentadas no apêndice A.

A latitude local é determinada a cada instante, e pode ser obtida em função dos elementos orbitais  $I$ ,  $\omega$  e  $\nu$ , através de:

$$\varphi = \arcsen[\text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(I)], \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ \tag{47}$$

### 3 RESULTADOS

#### 3.1. Equações do Movimento

As equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação são dadas por (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987):

$$\frac{dW}{dt} = \frac{N_z}{I_z} \quad (48)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_y}{I_z W \cos \delta} \quad (49)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N_x}{I_z W} \quad (50)$$

em que  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$  são os componentes dos torques externos no sistema do satélite,  $W$  é o módulo da velocidade angular de rotação do satélite e  $I_z$  é o momento principal de inércia ao longo do eixo de rotação do satélite.

Neste trabalho o único torque externo considerado é o torque aerodinâmico (TA). Os principais efeitos deste torque no movimento rotacional podem ser determinados pelos componentes médios do mesmo em um período orbital. Estes componentes são aqui determinados e são expressos em termos de  $W$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\Omega$ ,  $I$  e  $(\omega + \nu)$ .

O torque médio pode ser representado por:

$$\vec{N}_m = N_{xm} \hat{i} + N_{ym} \hat{j} + N_{zm} \hat{k} \quad (51)$$

com  $N_{xm}$ ,  $N_{ym}$  e  $N_{zm}$  dadas em (43).

Com a substituição das componentes do TA médio, dadas por (43), nas equações (48), (49) e (50) teremos as equações diferenciais do movimento de satélites estabilizados por rotação para este torque dadas por:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{D_{ym} m e_x - D_{xm} m e_y}{I_z} \quad (52)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{D_{zm} m e_y - D_{ym} m e_z}{I_z W \cos \delta} \quad (53)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{D_{xm} m e_z - D_{zm} m e_x}{I_z W} \quad (54)$$

Uma solução analítica foi determinada para estas equações pelo bolsista anterior José Ezequiel Chiaradia (CHIARADIA,2010, 2011) e será apresentada no próximo item. Resultados das simulações numéricas realizadas serão também apresentadas no próximo item, as quais utilizam os dados dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2, sendo estes satélites apropriados para as aplicações, pois são satélites estabilizados por rotação.

### 3.2. Solução Analítica para as Equações do Movimento

Nesta fase são integradas analiticamente as equações (52) a (54) que incluem as componentes do torque médio no sistema do satélite e após um longo processo algébrico são determinadas as soluções para  $\alpha$ ,  $\delta$  e  $W$ . Nestas soluções é considerada a margem estática como metade da altura do satélite, e a densidade atmosférica utilizando o modelo TD88 para aplicações com os satélites SCD1 e SCD2.

Para determinar a solução das equações (52), (53) e (54) é aplicado o método de aproximações sucessivas em primeira ordem, considerando a aproximação inicial dada pelo

movimento rotacional não perturbado, o que corresponde à ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade de rotação constante, e a órbita definida pelo movimento kepleriano. É assumido que no instante inicial o satélite encontra-se no perigeu de sua órbita. Deste modo, a solução analítica obtida é válida para um período orbital, devendo ser reavaliada a cada período orbital.

Para obter uma solução analítica mais precisa, vamos integrar inicialmente as equações (53) e (54), considerando todos os termos do lado direito destas equações constantes e iguais aos seus valores iniciais. Obtêm-se assim as seguintes soluções para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação:

$$\alpha = \alpha_0 + \eta_\alpha t \quad (55)$$

$$\delta = \delta_0 + \eta_\delta t \quad (56)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \eta_\alpha = \frac{K \cos \omega_0}{I_z W_0 \cos \delta_0} [ & (\cos \delta_0 \cos(\Omega_0 - \alpha_0) + \cos I_0 \cos \delta_0 \text{sen}(\alpha_0 - \Omega_0) + \\ & + \text{sen} I_0 \text{sen} \delta_0) m_{e_y} - (-\text{sen} \delta_0 \cos(\Omega_0 - \alpha_0) + \cos I_0 \text{sen} \delta_0 \text{sen}(\Omega_0 - \alpha_0) + \\ & + \text{sen} I_0 \cos \delta_0) m_{e_z} ] \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \eta_\delta = \frac{K \cos \omega_0}{I_z W_0} [ & (\cos I_0 \cos(\Omega_0 - \alpha_0) + \text{sen}(\Omega_0 - \alpha_0)) m_{e_z} - \\ & - (\cos \delta_0 \cos(\Omega_0 - \alpha_0) \cos I_0 \text{sen}(\Omega_0 - \alpha_0) + \text{sen} I_0 \text{sen} \delta_0) m_{e_x} ] \end{aligned} \quad (58)$$

sendo alfa  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$ ,  $W_0$ ,  $I_0$ ,  $\Omega_0$ , os valores iniciais destas grandezas, K dado por (42a) e  $m_{e_x}$ ,  $m_{e_y}$  e  $m_{e_z}$  as componentes da margem estática.

Pela solução apresentada em (55) e (56) observa-se uma variação linear na ascensão reta e declinação do eixo de rotação em um período orbital, com os coeficientes angulares dados por  $\eta_\alpha$  e  $\eta_\delta$ , a qual contribui para a precessão e deriva do eixo de rotação.

Substituindo agora as soluções (55) e (56) em (52) e integrando determina-se a solução analítica para a velocidade de rotação válida para um período orbital:

$$W = W_0 + \Delta W \quad (59)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \Delta W = & \frac{K \cos \omega_0}{I_z} \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2(\eta_\delta + \eta_\alpha)} \right) \cos(\delta_0 + \Omega_0 - \alpha_0 + (\eta_\delta - \eta_\alpha)t) + \right. \right. \\ & + \left( \frac{1}{2(\eta_\alpha + \eta_\delta)} \right) \cos(\delta_0 - \Omega_0 + \alpha_0 + (\eta_\alpha + \eta_\delta)t) + \frac{\cos(I_0)}{2(\eta_\alpha + \eta_\delta)} \operatorname{sen}(\delta_0 + \alpha_0 - \Omega_0 + \\ & + (\eta_\alpha + \eta_\delta)t) - \frac{1}{(\eta_\delta - \eta_\alpha)} \operatorname{sen}(\delta_0 + \Omega_0 - \alpha_0 + (\eta_\delta - \eta_\alpha)t) + \frac{\operatorname{sen}(I_0)}{\eta_\delta} \operatorname{sen}(\delta_0 + \\ & + \eta_\delta t) \left. \right] m e_x - \left[ -\frac{\cos(I_0)}{\eta_\alpha} \operatorname{sen}(\Omega_0 - \alpha_0 - \eta_\alpha t) + \frac{1}{\eta_\alpha} \cos(\Omega_0 - \alpha_0 - \eta_\alpha t) \right] m e_y - \\ & - \left[ \frac{1}{2(\eta_\delta + \eta_\alpha)} \cos(\delta_0 + \Omega_0 - \alpha_0) + \frac{1}{2(\eta_\alpha + \eta_\delta)} \cos(\delta_0 - \Omega_0 + \alpha_0) + \right. \\ & + \frac{\cos(I_0)}{2(\eta_\alpha + \eta_\delta)} \operatorname{sen}(\delta_0 + \alpha_0 - \Omega_0) - \frac{1}{(\eta_\delta - \eta_\alpha)} \operatorname{sen}(\delta_0 + \Omega_0 - \alpha_0) - \\ & \left. - \frac{\operatorname{sen}(I_0)}{\eta_\delta} \operatorname{sen}(\delta_0) \right] m e_x - \left[ \frac{\cos(I_0)}{\eta_\alpha} \operatorname{sen}(\Omega_0 - \alpha_0) - \frac{1}{\eta_\alpha} \cos(\Omega_0 - \alpha_0) \right] m e_y \left. \right\} \end{aligned} \quad (60)$$

Com  $K$  dada por (42a), o instante  $t$  podendo assumir valores entre 0 até o período orbital  $T$  e  $\eta_\alpha$  e  $\eta_\delta$  dados respectivamente por (57) e (58).

Pela solução (60) observa-se uma variação periódica no módulo da velocidade de rotação do satélite.

### 3.3. Erro de Apontamento

Pela teoria apresentada com a aplicação com o TA são calculados a velocidade de rotação do satélite  $W$  e os ângulos de ascensão reta  $\alpha$  e de declinação  $\delta$  do eixo de rotação, como mostra a Figura 4. A partir deste momento, os valores calculados pela teoria com o TA serão representados por  $W_{TA}$ ,  $\alpha_{TA}$  e  $\delta_{TA}$ , respectivamente. Com ângulos  $\alpha_{TA}$  e  $\delta_{TA}$  pode-se determinar a direção do eixo de rotação calculado  $\hat{k}$ .

Os valores para os ângulos de ascensão reta e de declinação do eixo de rotação fornecidos pelo CCS/INPE são aqui representados, respectivamente, por  $\alpha_{INPE}$  e  $\delta_{INPE}$ . Utilizando os dados  $\alpha_{INPE}$  e  $\delta_{INPE}$  dos satélites SCD1 e SCD2 pode-se determinar a direção real do eixo de rotação  $\hat{K}'$ , como indicado na Figura 4.

O erro de apontamento é definido como sendo o desvio angular  $\theta$  entre o eixo de rotação real  $\hat{K}'$  e o eixo de rotação  $\hat{k}$  calculado pela teoria, como mostra a Figura 2.

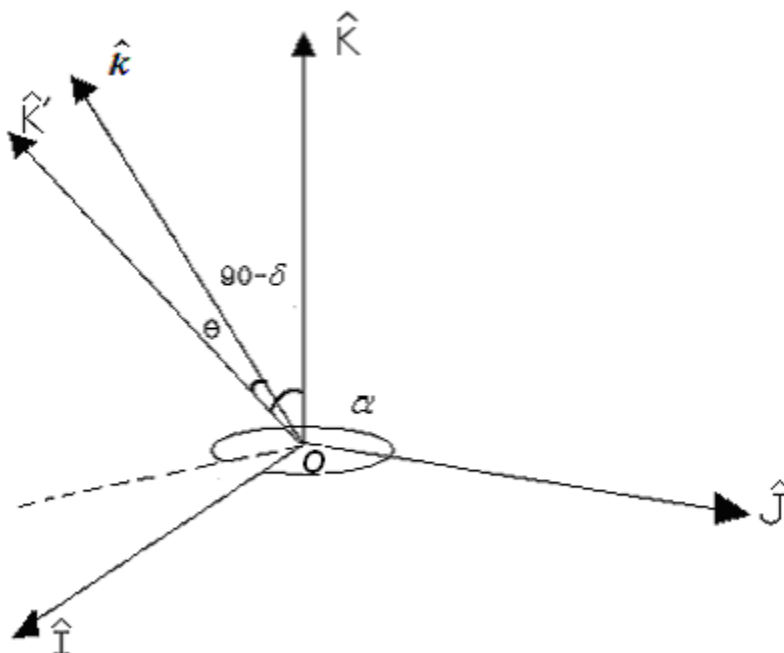


Figura 2 - Definição do ângulo erro de apontamento  $\theta$ .

Nas missões espaciais brasileiras relacionadas com os satélites de coleta de dados SCD1 e SCD2 é necessário que este erro seja menor do que  $0,5^\circ$  (WINTER, PRADO, 2007). Nas simulações numéricas a serem realizadas no Capítulo 3.7., com aplicações para os satélites SCD1 e SCD2, será verificado se o erro de apontamento encontra-se dentro desta precisão.

### 3.4. Cálculo do Erro de Apontamento

O erro e apontamento é representado pelo ângulo  $\theta$ , e seu valor pode ser determinado a partir do cálculo do produto escalar entre os vetores unitários  $\hat{K}'$  e  $\hat{k}$ , com o cosseno do ângulo erro de apontamento determinado por:

$$\cos\theta = \hat{K}' \bullet \hat{k} = S \quad (61)$$

De modo que o erro de apontamento é dado por:

$$\theta = \arccos(S) \quad (62)$$

Para o cálculo do produto escalar em (61) é necessário representar os dois versores  $\hat{K}'$  e  $\hat{k}$  em um mesmo sistema de coordenadas, sendo aqui representados no sistema equatorial OXYZ. A partir da Figura 2 pode-se observar que as componentes da eixo de rotação real  $\hat{K}'$  são as seguintes:

$$\hat{K}' = (\cos(360 - \alpha_{inpe}) \text{sen}(90 - \delta_{inpe}))\hat{I} - (\text{sen}(360 - \alpha_{inpe}) \text{sen}(90 - \delta_{inpe}))\hat{J} + (\cos(90 - \delta_{inpe}))\hat{K} \quad (63)$$

E as componentes da direção calculada  $\hat{k}$  dadas através de:



$$\begin{aligned}\hat{k} &= (\cos(360 - \alpha_{TA}) \sin(90 - \delta_{TA}))\hat{I} - (\sin(360 - \alpha_{TA}) \sin(90 - \delta_{TA}))\hat{J} + \\ &+ (\cos(90 - \delta_{TA}))\hat{K}\end{aligned}\quad (64)$$

Utilizando propriedades e identidades trigonométricas podemos reescrever (6.3) e (6.4) como:

$$\hat{K}' = (\cos \delta_{inpe} \cos \alpha_{inpe})\hat{I} + (\sin \alpha_{inpe} \cos \delta_{inpe})\hat{J} + (\sin \delta_{inpe})\hat{K}\quad (65)$$

e

$$\hat{k} = (\cos \delta_{TA} \cos \alpha_{TA})\hat{I} + (\sin \alpha_{TA} \cos \delta_{TA})\hat{J} + (\sin \delta_{TA})\hat{K}\quad (66)$$

Assim o produto escalar entre  $\hat{K}'$  e  $\hat{k}$  é dado por:

$$\begin{aligned}\hat{K}' \bullet \hat{k} &= (\cos \delta_{inpe} \cos \alpha_{inpe} \cos \delta_{TA} \cos \alpha_{TA} + \sin \alpha_{inpe} \cos \delta_{inpe} \sin \alpha_{TA} \cos \delta_{TA} + \\ &+ \sin \delta_{inpe} \sin \delta_{TA}) = S\end{aligned}\quad (67)$$

Da equação (67) em (61), o erro de apontamento pode ser determinado por (62).

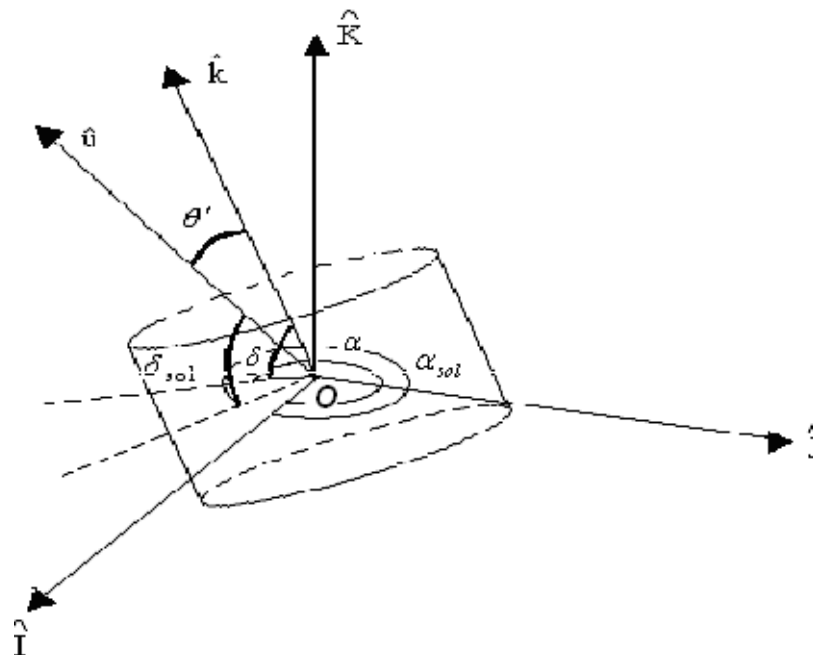
### 3.5. Ângulo de Aspecto Solar

O ângulo de aspecto solar é o ângulo formado entre a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite e a direção do eixo de rotação do satélite. Neste trabalho o ângulo de aspecto solar é representado por  $\theta'$  e está representado na Figura 3.

A determinação do ângulo de aspecto solar é importante para o bom desempenho da missão, pois os satélites carregam equipamentos que podem se danificar devido ao superaquecimento causado pela incidência dos raios solares. Cada satélite possui uma faixa angular ótima em que esta incidência não prejudica os equipamentos a bordo. A análise deste ângulo tem sido importante para o êxito da missão dos dois Satélites de Coleta de Dados

Brasileiros (SCD1 e SCD2), sendo que os controles de atitude podem ser acionados para realizar uma manobra de atitude sempre que necessário. Os satélites SCD1 e SCD2 são satélites estabilizados por rotação e possuem o eixo de rotação coincidente com seu eixo longitudinal.

Seja  $\hat{u}$  o vetor unitário da direção de incidência dos raios solares no satélite e  $\hat{k}$  o vetor unitário da direção do eixo de rotação do satélite. Desprezando a altitude do satélite em relação à Terra e a dimensão do satélite, a direção de incidência  $\hat{u}$  do Sol sobre o satélite pode ser assumida como sendo a direção Terra - Sol. Assim, como mostra a figura 3, em relação ao Plano Equatorial o vetor  $\hat{u}$  é posicionado pela ascensão reta do Sol  $\alpha_{sol}$  e declinação do Sol  $\delta_{sol}$ , sendo que a direção  $\hat{k}$  é posicionada pela ascensão reta e declinação do eixo de rotação ( $\alpha$  e  $\delta$  respectivamente).



**Figura 3** - Definição do ângulo de aspecto solar  $\theta'$ .

O satélite SCD1 possui o formato de um prisma octogonal do qual apenas a face inferior não é recoberta por placas solares. Esta face é usada, pelo sistema de controle térmico, para dissipar calor. Por esse motivo, a incidência de raios solares nessa face não deve ocorrer. O

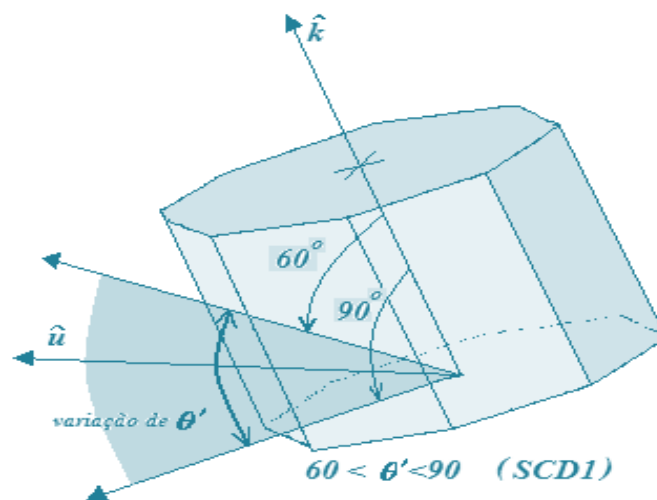
ângulo de aspecto solar  $\theta'$  deve ser então, menor que  $90^\circ$ . No entanto, a análise térmica do SCD1, realizada logo após o lançamento (ocorrido em fevereiro de 1993), revelou que poderia ocorrer um superaquecimento da carga útil se o valor de  $\theta'$  fosse menor que  $60^\circ$ . Considerando esse vínculo adicional, a faixa de variação de  $\theta'$  ficou restrita a (ORLANDO, LOPES, KUGA, 1997; WINTER, PRADO, 2007):

$$60^\circ < \theta' < 90^\circ.$$

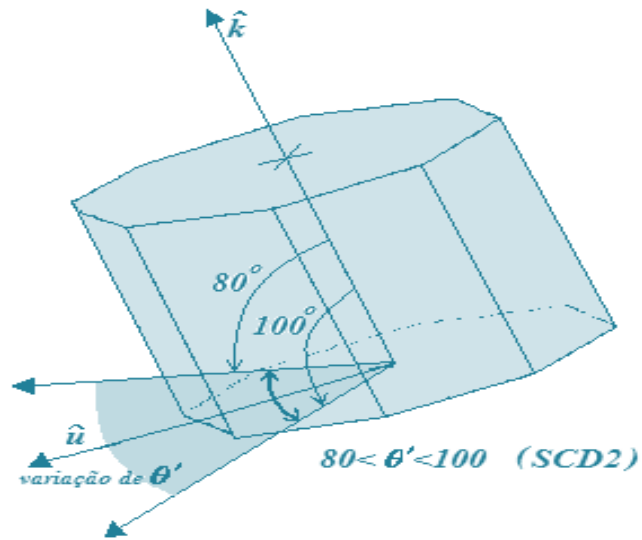
O satélite SCD2 foi lançado em outubro de 1998, e possui características similares às do SCD1. O vínculo para o ângulo de aspecto solar é mais restritivo, sendo que os raios solares não devem incidir nos painéis superior e inferior do satélite com um ângulo maior do que  $10^\circ$ , o que limita a variação do ângulo de aspecto solar à (KUGA, ORLANDO, LOPES, 1997; WINTER, PRADO, 2007).

$$80^\circ < \theta' < 100^\circ.$$

As restrições para o ângulo de aspecto solar para os satélites SCD1 e SCD2 estão esquematizadas nas Figuras 4 e 5, respectivamente.



**Figura 4** - Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1.



**Figura 5** - Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2.

### 3.6. Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar

Para determinar o valor do ângulo de aspecto solar  $\theta'$ , considerando a direção de incidência  $\hat{u}$  do Sol sobre o satélite como sendo a direção Terra- Sol, é necessário conhecer os valores de  $\alpha_{sol}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_{sol}$  e  $\delta$ . Os valores de  $\alpha_{sol}$  e  $\delta_{sol}$  são valores já tabelados dados por *Astronomical Almanac (2009)*, e neste trabalho os valores  $\alpha$  e  $\delta$  são resultados obtidos nas simulações com a teoria incluindo o TA.

Como a direção de incidência da luz solar sobre o satélite é representada por  $\hat{u}$ , e  $\hat{k}$  é o vetor unitário do eixo de rotação, então o valor do cosseno de  $\theta'$  pode ser determinado pelo produto escalar dos versores  $\hat{u}$  e  $\hat{k}$ :

$$\cos\theta' = \hat{u} \cdot \hat{k} \quad (68)$$

Os versores  $\hat{u}$  e  $\hat{k}$  estão esquematizados na figura 3 e podem ser representados no Sistema Equatorial, com vetores unitários  $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$ , utilizando os ângulos  $\alpha_{sol}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_{sol}$  e  $\delta$  através de:

$$\begin{aligned} \hat{k} = & \text{sen}(90 - \delta) \cos(360 - \alpha) \hat{I} - \text{sen}(90 - \delta) \text{sen}(360 - \alpha) \hat{J} + \\ & + \cos(90 - \delta) \hat{K} \end{aligned} \quad (69)$$

E

$$\begin{aligned} \hat{u} = & \text{sen}(90 - \delta_{sol}) \cos(360 - \alpha_{sol}) \hat{I} - \text{sen}(90 - \delta_{sol}) \text{sen}(360 - \alpha_{sol}) \hat{J} + \\ & + \cos(90 - \delta_{sol}) \hat{K} \end{aligned} \quad (70)$$

Pelas identidades trigonométricas se podem simplificar as igualdades acima, e reescrevendo as componentes vetoriais de  $\hat{u}$  e  $\hat{k}$ , tem-se:

$$\hat{k} = (\cos \delta \cos \alpha) \hat{I} + (\cos \delta \text{sen} \alpha) \hat{J} + (\text{sen} \delta) \hat{K} \quad (71)$$

$$\hat{u} = (\cos \delta_{sol} \cos \alpha_{sol}) \hat{I} + (\cos \delta_{sol} \text{sen} \alpha_{sol}) \hat{J} + (\text{sen} \delta_{sol}) \hat{K} \quad (72)$$

Os ângulos  $\alpha_{sol}$  e  $\delta_{sol}$  variam com o tempo devido ao movimento aparente do Sol em torno da Terra e aqui serão utilizados  $\alpha_{sol}$  e  $\delta_{sol}$  fornecidos pelo Astronomical Almanac correspondentes ao período em que a simulação será realizada encontram-se no Apêndice B.

Substituindo as expressões (71) e (72) na equação (68) temos que:

$$\begin{aligned} \cos \theta' = & (\cos \delta \cos \alpha \cos(\delta_{sol}) \cos(\alpha_{sol})) + (\cos \delta \text{sen} \alpha \cos(\delta_{sol}) \text{sen}(\alpha_{sol})) + \\ & + (\text{sen} \delta \text{sen}(\delta_{sol})) = M \end{aligned} \quad (73)$$

ou seja o ângulo de aspecto solar é dado por:

$$\theta' = \arccos(M) \quad (74)$$

com  $0^\circ < \theta' < 180^\circ$ .

No próximo capítulo, o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar serão avaliados considerando os resultados obtidos pela teoria para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite e dados fornecidos pelo CCS/INPE para os satélites SCD1 e SCD2.

### **3.7. – Simulações Numéricas e Resultados para os Satélites SCD1 e SCD2**

São apresentadas aqui aplicações da teoria desenvolvida para os satélites brasileiros de coleta de dados SCD1 e SCD2. O software MATLAB foi utilizado para a implementação numérica necessária. Duas abordagens são realizadas. Na primeira abordagem para ambos os satélites os elementos orbitais e de atitude são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo CCS/INPE, sendo que o efeito principal do achatamento da Terra está incluído na longitude do nodo ascendente e no argumento do pericentro. Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para  $\alpha$ ,  $\delta$  e  $W$ . Comparações com os valores calculados pela teoria para  $\alpha$ ,  $\delta$  e  $W$  a cada 24 horas são comparados com os dados de referência fornecidos pelo CCS/INPE. O período das simulações na primeira abordagem é de 40 dias para cada um dos satélites. Na segunda abordagem não é realizada a atualização diária com os dados fornecidos pelo CCS/INPE, sendo neste caso o intervalo de aplicação da teoria mais restrito.

#### **3.7.1. Algoritmo para Simulação Computacional**

O algoritmo para cada simulação realiza com atualização diária de dados pode ser esquematizado da forma a seguir:

1 – Supondo dois dias consecutivos quaisquer ( $i$  e  $i+1$ ), tem-se para esses dias os dados de atitude e os elementos orbitais fornecidos pelo CCS/INPE, para a ascensão reta tem-se  $\alpha_i$  e

$\alpha_{i+1}$ , para declinação tem-se  $\delta_i$  e  $\delta_{i+1}$  e para a velocidade angular de rotação tem-se  $W_i$  e  $W_{i+1}$ , o mesmo valendo para os demais dados;

2 – Ao longo de cada dia tem-se aproximadamente 14 períodos orbitais dos satélites SCD1 e SCD2;

3 – Sejam para cada dia  $i$ :

- $n$  o índice que faz a contagem dos períodos,
- $\alpha_i$ ,  $\delta_i$  e  $W_i$  os valores iniciais,
- $\alpha_{i,n}$ ,  $\delta_{i,n}$  e  $W_{i,n}$  os valores para um período  $n$ ;

4 – Utilizando as soluções apresentadas nas equações (55) a (59) tem-se para o primeiro período,  $n=1$ :

$$\alpha_{i,1} = \alpha_i + \eta_{\alpha_1} t \quad (75)$$

$$\delta_{i,1} = \delta_i + \eta_{\delta_1} t \quad (76)$$

$$W_{i,1} = W_i + \Delta W_1 \quad (77)$$

5 – Atualiza-se a longitude do nodo ascendente e o argumento do pericentro, levando-se em consideração a influência principal do achatamento da Terra:

$$\Omega_{i,1} = \Omega_i + n_{\Omega} t \quad (78)$$

$$\omega_{i,1} = \omega_i + n_{\omega} t \quad (79)$$

6 – Recalcula-se os coeficientes  $\eta_{\alpha}$ ,  $\eta_{\delta}$  e  $\Delta W$  dados pelas equações (57), (58) e (60) para os valores de  $\alpha_{i,1}$ ,  $\delta_{i,1}$ ,  $W_{i,1}$ ,  $\Omega_{i,1}$  e  $\omega_{i,1}$ ;

7 – Calcula-se para o segundo período orbital ( $n=2$ ):

$$\alpha_{i,2} = \alpha_{i,1} + \alpha_i + \eta_{\alpha_2} t \quad (80)$$

$$\delta_{i,2} = \delta_{i,1} + \delta_i + \eta_{\delta_2} t \quad (81)$$

$$W_{i,2} = W_{i,1} + W_i + \Delta W_2 \quad (82)$$

8 – Repete-se os passos 5 até 7 para  $n= 3, 4, 5, \dots, 14$  , obtendo-se no final:

$$\alpha_{i,14} = \alpha_{i,13} + \alpha_i + \eta_{\alpha_{14}} t \quad (83)$$

$$\delta_{i,14} = \delta_{i,13} + \delta_i + \eta_{\delta_{14}} t \quad (84)$$

$$W_{i,14} = W_{i,13} + W_i + \Delta W_{14} \quad (85)$$

9 – Repete-se os passos 5 até 7 com parcela de um período orbital que equivale a diferença entre o tempo de uma rotação da terra e os 14 períodos orbitais do satélite, obtendo-se:

$$\alpha_{i,DTF} = \alpha_{i,14} + \alpha_i + \eta_{\alpha_{DTF}} t \quad (86)$$

$$\delta_{i,DTF} = \delta_{i,14} + \delta_i + \eta_{\delta_{DTF}} t \quad (87)$$

$$W_{i,DTF} = W_{i,14} + W_i + \Delta W_{DTF} \quad (88)$$

Em que DTF é o numero de períodos orbitais que correspondem ao tempo de uma rotação da Terra.



10 – Os resultados obtidos no passo 8, que fornecem os valores  $\alpha_{i,DTF}$ ,  $\delta_{i,DTF}$  e  $W_{i,DTF}$ , são então comparadas com  $\alpha_{i+1}$ ,  $\delta_{i+1}$  e  $W_{i+1}$ ;

OBS.: O passo 11a a seguir corresponde ao programa com atualização diária de dados e o 11b ao programa sem atualização diária de dados.

11a – O processo se reinicia para os dias  $i+1$  e  $i+2$ , atualizando também todos os demais dados necessários fornecidos pelo CCS/INPE e se repete para todos os demais dias considerados, o que corresponde neste trabalho à  $i = 1, 2, 3, \dots, 40$ . (PEREIRA,2011).

11b – O processo se reinicia para os dias  $i+1$  e  $i+2$ , se repete para todos os demais dias considerados, o que corresponde neste trabalho à  $i = 1, 2, 3, \dots, 40$ .

### **3.7.2. Abordagem com Atualização Diária de Dados de Atitude e Órbita**

Nesta primeira abordagem tanto os elementos orbitais quanto a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação são atualizados diariamente no modelo de propagação de atitude do satélite a partir do TA. Os resultados obtidos nas simulações são comparados com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e analisados de modo a verificar se a precisão requerida pelo INPE são atendidas, o que corresponde aos erros em angulares serem menores do que  $0.5^\circ$  e o erro em velocidade ser menor do que 0,5 rpm.

É importante salientar que o efeito do torque não ocorre apenas nas soluções analíticas para  $\alpha$ ,  $\delta$  e  $W$  mas também no propagador de atitude quando todos os coeficientes envolvidos nas soluções analíticas são recalculados a cada período orbital.

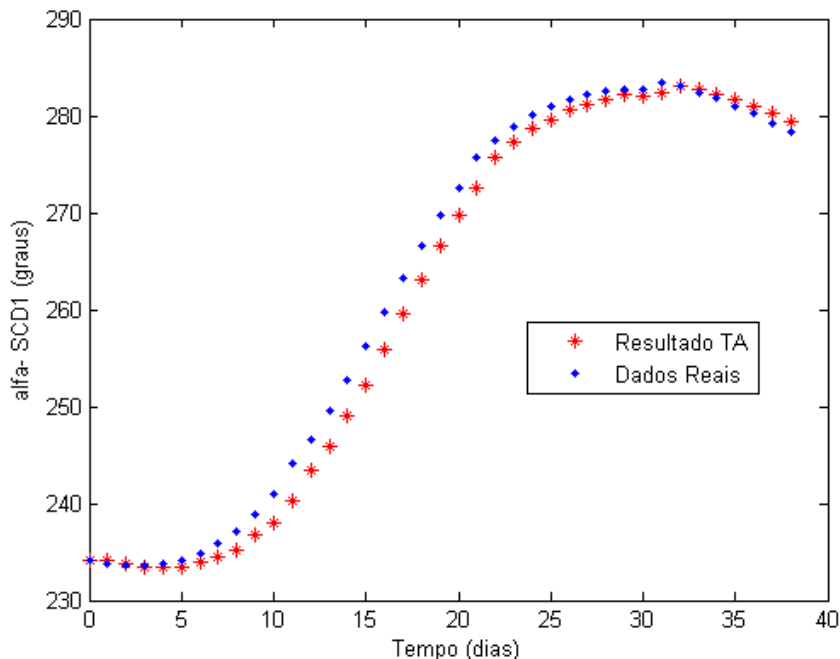
#### **3.7.2.1. Resultados para o SCD1**

##### **3.7.2.1.1. Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade Angular Rotacional**

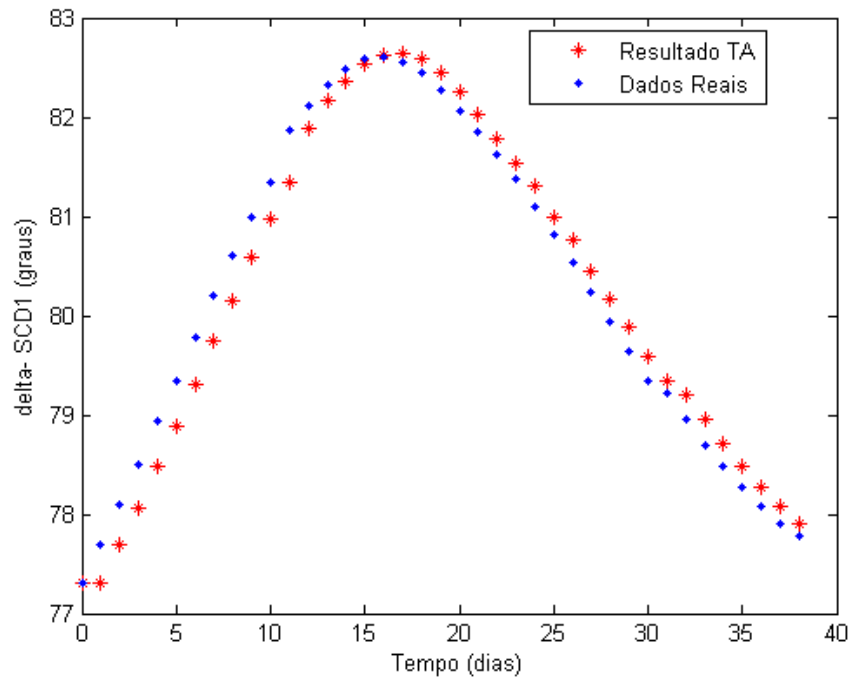
Neste caso considera-se a posição do Centro de Pressão na direção do eixo de rotação, com  $me_z = 0,1\text{m}$  e  $me_x = me_y = 0\text{m}$ . As Figuras 6 a 8 mostram o comportamento temporal da ascensão

reta e declinação do eixo de rotação e da velocidade de rotação, comparados com os dados reais do satélite. E as Figuras de 9 a 11 apresentam a diferença entre estes obtidos pela simulação e os dados fornecidos pelo CCS/INPE.

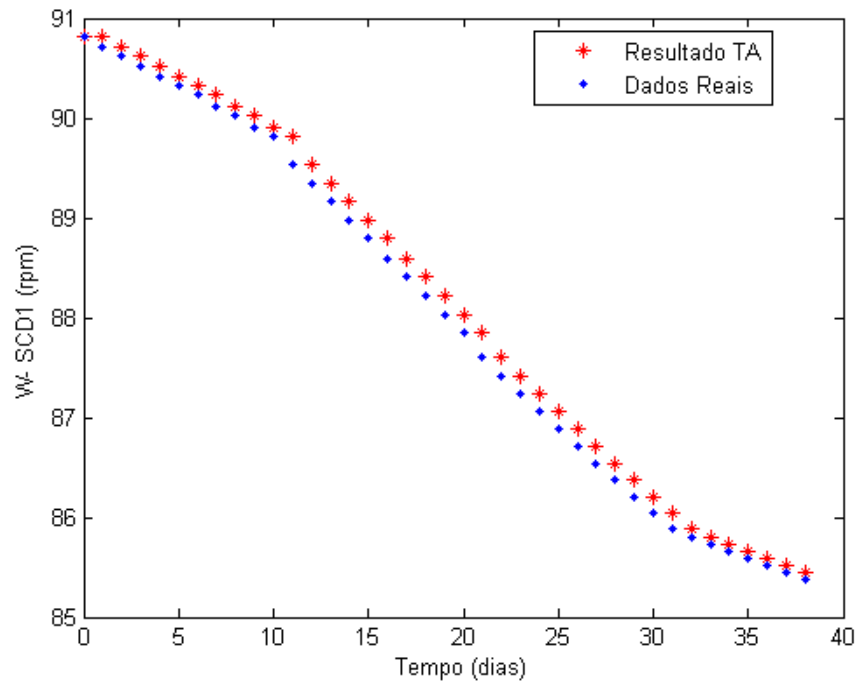
Observa-se que, o comportamento da ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados pela teoria se defasam da ascensão reta e declinação do eixo de rotação reais para todo o período da simulação. Nos dois casos há uma inversão em qual dos termos é maior. A ascensão reta real é maior que a calculada a partir do dia 3, até por volta do dia 32 onde torna-se menor que o calculado. O mesmo acontece com a declinação do eixo de rotação, que apresenta essa inversão entre os dias 14 e 17. Já o comportamento da velocidade de rotação calculado acompanha o comportamento real com uma pequena defasagem da ordem de 0.3 graus, sempre a mais que os dados reais. As inversões e proximidades apresentadas dos dados reais e calculados, podem ser melhor observados nos gráficos das diferenças.



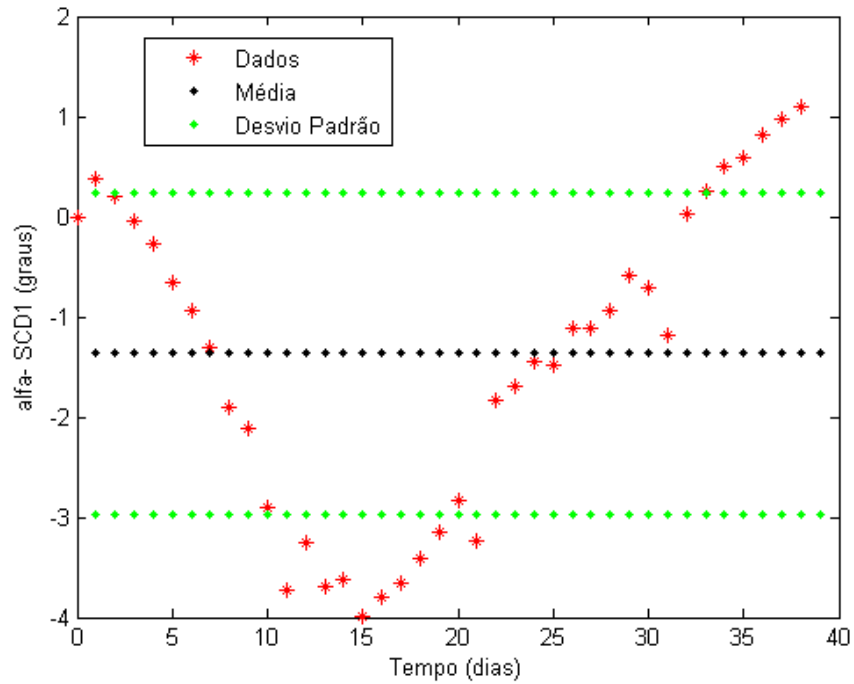
**Figura 6** – Ascensão Reta x Tempo com atualização diária (SCD1).



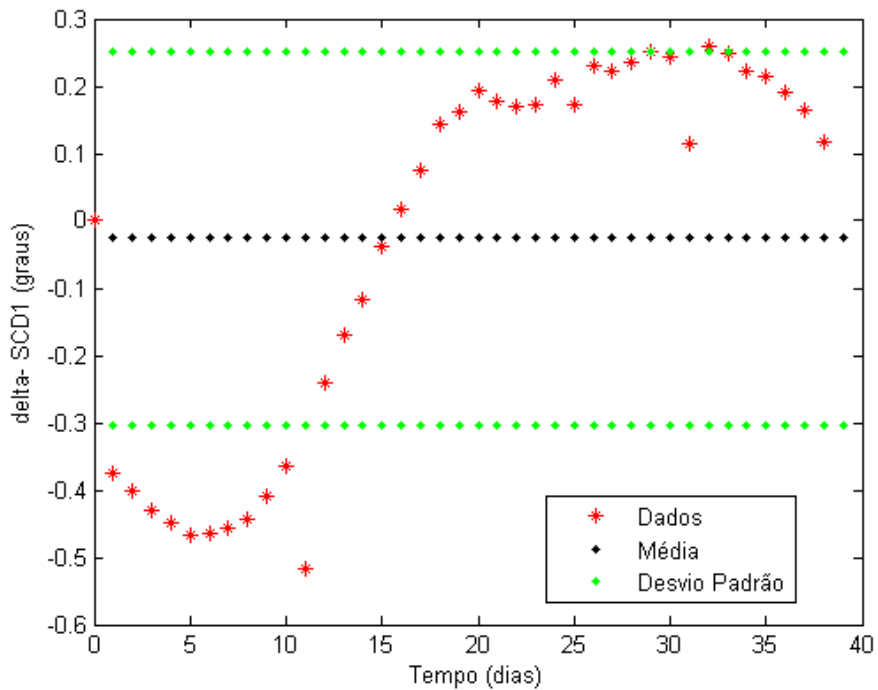
**Figura 7** – Declinação do Eixo de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD1).



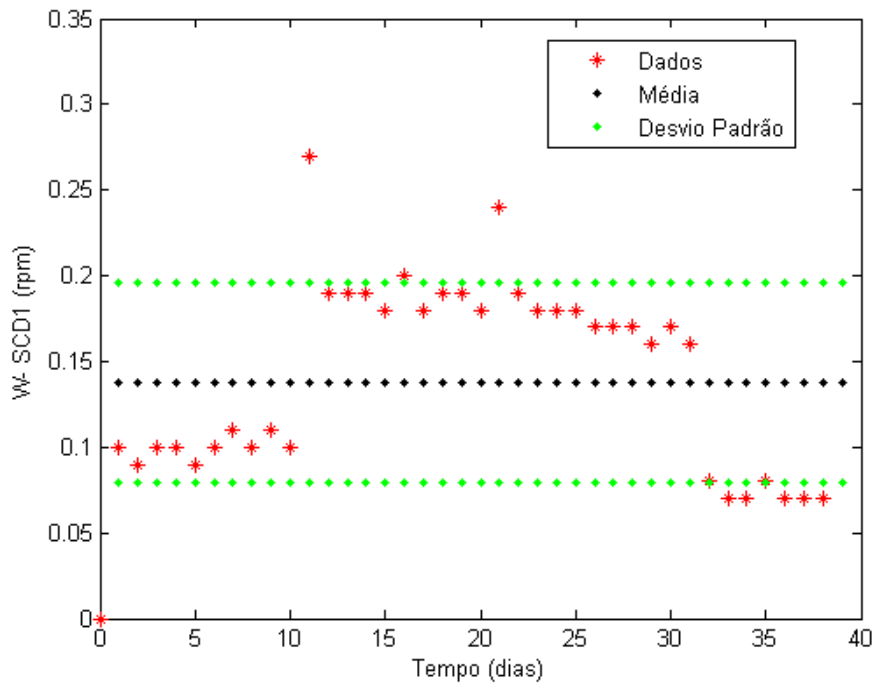
**Figura 8** – Velocidade de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD1).



**Figura 9** – Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD1).



**Figura 10** – Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD1).

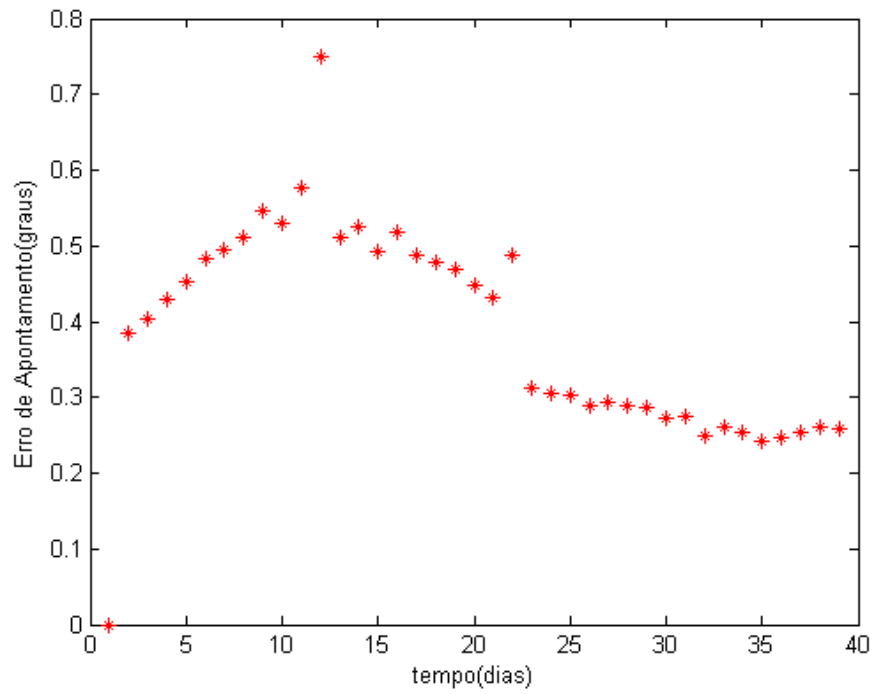


**Figura 11** – Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD1).

### 3.7.2.1.2. Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

O erro de apontamento (desvio angular entre eixo de rotação calculado e eixo de rotação real) obtido levando-se em conta a influência do torque TA é calculado utilizando a ascensão reta e declinação do eixo de rotação fornecida pelo CCS/INPE para o período de 40 dias e os respectivos valores calculados pela teoria.

A Figura 12 mostra o comportamento do erro de apontamento para um período de 40 dias. Pode se observar que do 8º dia ao 14º dia os resultados apresentam valores acima dos 0,5º, logo acima da tolerância requerida. A média e desvio padrão do erro de apontamento, mesmo com estes dias assume o valor de  $0,3964849 \pm 0,1256332^\circ$  que esta dentro da tolerância.



**Figura 12** – Erro de Apontamento x Tempo com atualização diária (SCD1).

**Tabela 3** – Valores de  $\alpha$ ,  $\delta$ , W e  $\theta'$  do SCD1 calculados pelo modelo teórico com atualização diária dos dados.

SCD1	$\alpha(*1.0e+002 \text{ }^\circ)$	$\delta(^\circ)$	W(rpm)	$\theta'(^\circ)$
24/07/1993	2,3410000	77,3000000	77,3000000	74,9948125
25/07/1993	2,3412316	77,3139274	77,3139274	75,0106778
26/07/1993	2,3373792	77,6890910	77,6890910	74,8238887
27/07/1993	2,3347916	78,0700513	78,0700513	74,6586629
28/07/1993	2,3345046	78,4801315	78,4801315	74,5557749
29/07/1993	2,3348637	78,8835681	78,8835681	74,4819616
30/07/1993	2,3389553	79,3149695	79,3149695	74,4969143
31/07/1993	2,3448590	79,7440102	79,7440102	74,5543670
01/08/1993	2,3520786	80,1571737	80,1571737	74,6427679
02/08/1993	2,3670731	80,5820472	80,5820472	74,8796713
03/08/1993	2,3798698	80,9745592	80,9745592	75,0636636
04/08/1993	2,4030981	81,3431623	81,3431623	75,4243761
05/08/1993	2,4336919	81,8798461	81,8798461	75,8183648
06/08/1993	2,4583656	82,1608785	82,1608785	76,1867128
07/08/1993	2,4910918	82,3629574	82,3629574	76,6788476
08/08/1993	2,5216483	82,5429781	82,5429781	77,1358911
09/08/1993	2,5590601	82,6174317	82,6174317	77,7235536
10/08/1993	2,5953938	82,6355699	82,6355699	78,3039368
11/08/1993	2,6312998	82,5844471	82,5844471	78,9180821
12/08/1993	2,6654778	82,4415436	82,4415436	79,5625981
13/08/1993	2,6970495	82,2538209	82,2538209	80,2119188
14/08/1993	2,7250954	82,0277741	82,0277741	80,8591178
15/08/1993	2,7562208	81,7890777	81,7890777	81,5657948
16/08/1993	2,7720703	81,5411347	81,5411347	82,1173997
17/08/1993	2,7864986	81,3090533	81,3090533	82,6390919
18/08/1993	2,7952981	80,9912167	80,9912167	83,1855945
19/08/1993	2,8062275	80,7593601	80,7593601	83,6701929
20/08/1993	2,8112888	80,4515980	80,4515980	84,1637803
21/08/1993	2,8162607	80,1661208	80,1661208	84,6288166
22/08/1993	2,8211355	79,8924776	79,8924776	85,0797186
23/08/1993	2,8196131	79,5935230	79,5935230	85,4766192
24/08/1993	2,8230921	79,3343790	79,3343790	85,8975502
25/08/1993	2,8302806	79,2098635	79,2098635	86,2968827
26/08/1993	2,8268505	78,9488340	78,9488340	86,6194445
27/08/1993	2,8225348	78,7026078	78,7026078	86,9050143
28/08/1993	2,8159463	78,4855504	78,4855504	87,1280617
29/08/1993	2,8099361	78,2708777	78,2708777	87,3545908
30/08/1993	2,8025899	78,0741066	78,0741066	87,5207046
31/08/1993	2,7943357	77,8960395	77,8960395	87,6690133
01/09/1993	2,7852477	77,7575212	77,7575212	

**Tabela 4** – Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$ ,  $\theta'$  e  $\theta$  para o SCD1 com atualização diária dos dados.

SCD1	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
24/07/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
25/07/93	0,3831551	-0,3760726	0,1000000	-0,2192082	0,3851030
26/07/93	0,1979177	-0,4009090	0,0900000	-0,1818569	0,4030529
27/07/93	-0,0508377	-0,4299487	0,1000000	-0,1350119	0,4300726
28/07/93	-0,2795432	-0,4498685	0,1000000	-0,0920170	0,4531867
29/07/93	-0,6536349	-0,4664319	0,0900000	-0,0249043	0,4824749
30/07/93	-0,9344685	-0,4650305	0,1000000	0,0244357	0,4949542
31/07/93	-1,3140965	-0,4559898	0,1100000	0,0867570	0,5101545
01/08/93	-1,9121428	-0,4428263	0,1000000	0,1784450	0,5460497
02/08/93	-2,1126934	-0,4079528	0,1100000	0,2022911	0,5299023
03/08/93	-2,9030202	-0,3654408	0,1000000	0,3133437	0,5766879
04/08/93	-3,7301934	-0,5168377	0,2700000	0,3425230	0,7507092
05/08/93	-3,2508128	-0,2401539	0,1900000	0,3360540	0,5121203
06/08/93	-3,6934429	-0,1691215	0,1900000	0,3947881	0,5261621
07/08/93	-3,6308217	-0,1170426	0,1900000	0,3854965	0,4928565
08/08/93	-3,9851721	-0,0370219	0,1800000	0,4429052	0,5171518
09/08/93	-3,7939916	0,0174317	0,2000000	0,4330257	0,4883003
10/08/93	-3,6606245	0,0755699	0,1800000	0,4395923	0,4775449
11/08/93	-3,4200211	0,1444471	0,1900000	0,4489265	0,4684211
12/08/93	-3,1522248	0,1615436	0,1900000	0,4322079	0,4490308
13/08/93	-2,8350508	0,1938209	0,1800000	0,4228311	0,4326482
14/08/93	-3,2404644	0,1777741	0,2400000	0,4599546	0,4878640
15/08/93	-1,8279226	0,1690777	0,1900000	0,3088611	0,3132525
16/08/93	-1,6929683	0,1711347	0,1800000	0,3008074	0,3042140
17/08/93	-1,4401414	0,2090533	0,1800000	0,3036165	0,3036214
18/08/93	-1,4801859	0,1712167	0,1800000	0,2877763	0,2899048
19/08/93	-1,1172477	0,2293601	0,1700000	0,2893298	0,2925482
20/08/93	-1,1111235	0,2215980	0,1700000	0,2872714	0,2895810
21/08/93	-0,9439253	0,2361208	0,1700000	0,2794126	0,2869852
22/08/93	-0,5864477	0,2524776	0,1600000	0,2454068	0,2731282
23/08/93	-0,7086873	0,2435230	0,1700000	0,2566559	0,2758062
24/08/93	-1,1907916	0,1143790	0,1600000	0,2430908	0,2493322
25/08/93	0,0180586	0,2598635	0,0800000	0,1621035	0,2598860
26/08/93	0,2550543	0,2488340	0,0700000	0,1140750	0,2536962
27/08/93	0,4934841	0,2226078	0,0700000	0,0538197	0,2430675
28/08/93	0,5846265	0,2155504	0,0800000	0,0265547	0,2456263
29/08/93	0,8136057	0,1908777	0,0700000	-0,0348467	0,2534321
30/08/93	0,9689934	0,1641066	0,0700000	-0,0861814	0,2599410
31/08/93	1,0935670	0,1160395	0,0700000	-0,1426680	0,2579560
01/09/93	1,1647694	0,0875212	0,0600000		
Média =	-1,3669867	-0,026168	0,1375	0,199623	0,396485
Desvio =	1,6105709	0,2784972	0,0584742	0,203073	0,125633

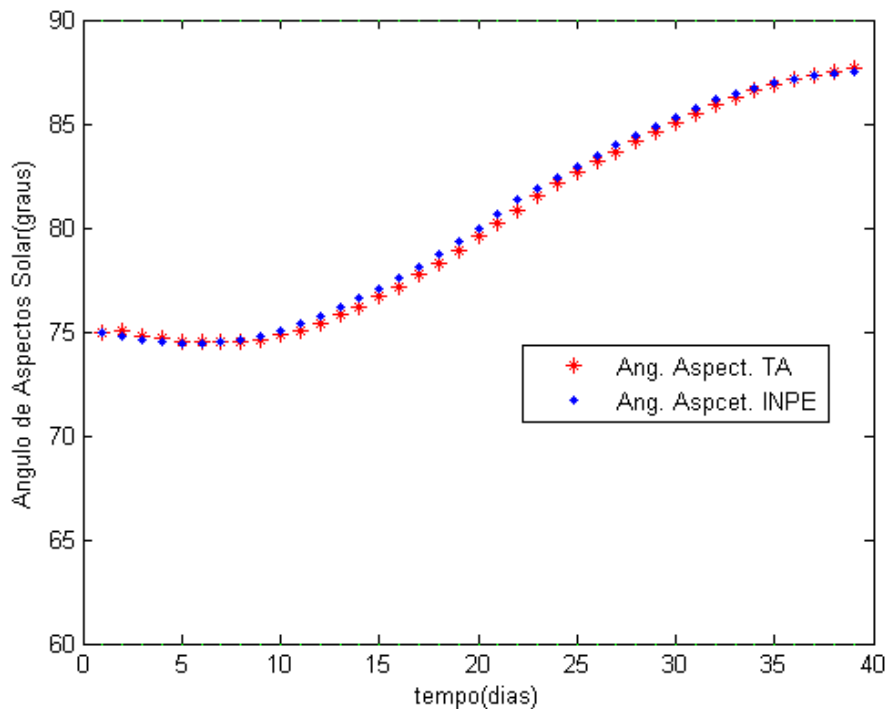
Os resultados das simulações do ângulo de aspecto solar comparam os valores calculados com os dados reais fornecidos pelo CCS/INPE e com os valores calculados com



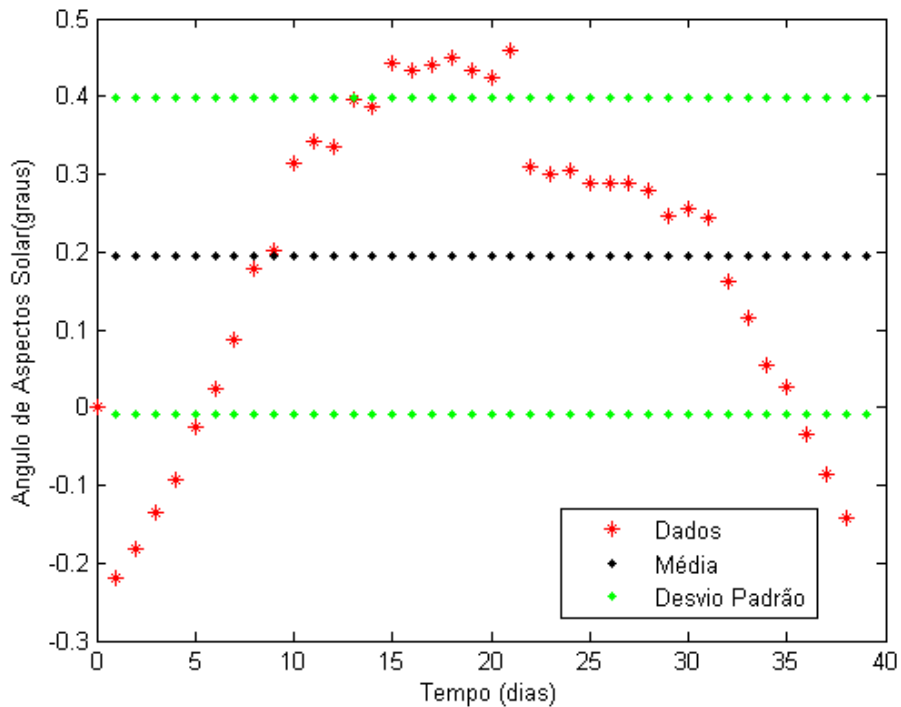
a teoria, através da Eq. (73). Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo *Astronomical Almanac* para o intervalo considerado e que se encontram no apêndice B.

O comportamento temporal do ângulo de aspecto solar está representado na Figura 13 para os dados reais e para os valores simulados. No Capítulo 3.5. foi dito que a restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1 está entre  $60^\circ < \theta' < 90^\circ$ , portanto para este intervalo de simulação o ângulo de aspecto solar se manteve dentro do intervalo desejado.

A Figura 14 apresenta a diferença entre o valor real e o valor simulado para o ângulo de aspecto solar. Os resultados obtidos mostram que, a média do erro da diferença entre o valor real e o valor simulado ( $\theta'_{INPE} - \theta'$ ) é de  $0,1996227 \pm 0,2030727^\circ$ . Em nenhum dia o valor do ângulo de aspecto solar ultrapassa a precisão exigida pelo CCS/INPE.



**Figura 13** – Ângulo de Aspecto Solar x Tempo com atualização diária e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD1).



**Figura 14** – Diferença entre  $\hat{\text{Angulo de Aspecto Solar}}$  Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD1).

### 3.7.2.2. Resultados para o SCD2

#### 3.7.2.2.1. Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade Angular Rotacional

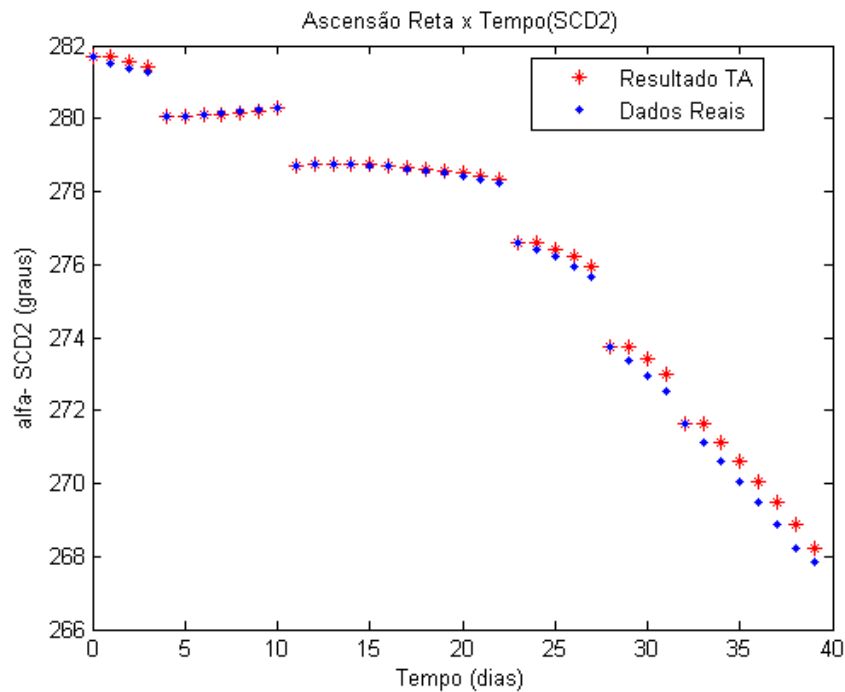
Assim como no caso anterior, considera-se a posição do Centro de Pressão na direção do eixo de rotação, com  $me_z = 0,1m$  e  $me_x = me_y = 0m$ . As Figuras 15 a 17 mostram o comportamento temporal da ascensão reta e declinação do eixo de rotação e da velocidade de rotação, comparados com os dados reais do satélite.

Observa-se que, para o SCD2 todos os gráficos apresentam descontinuidades nos mesmos dias. Esse comportamento é devido aos dia de controle do satélite, que são dias em que o INPE envia comandos para correção de órbita e atitude. Nota-se também que nestes dias em questão a diferença entre o dado real e o aqui calculado será zero, pois a simulação reinicia após todo dia

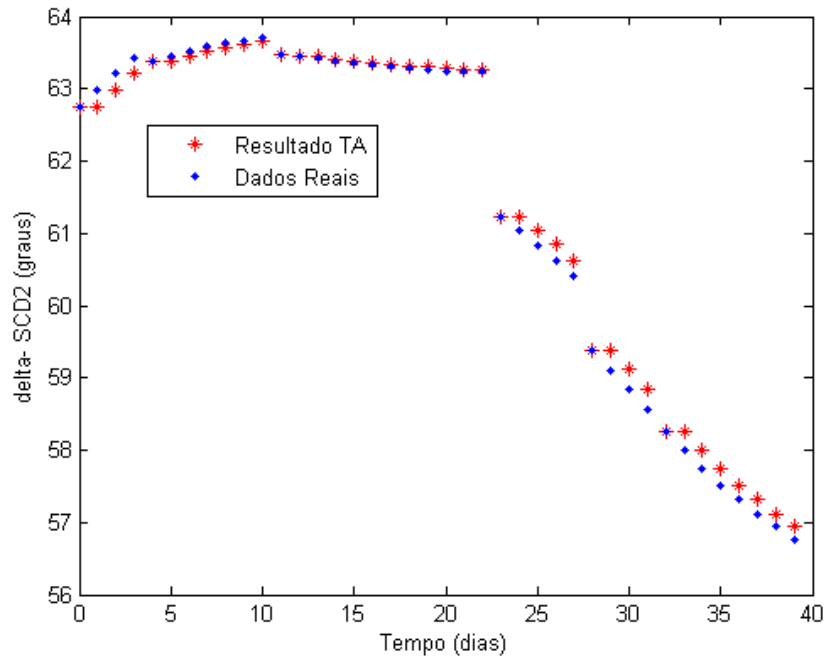
de controle. A ascensão reta e declinação do eixo de rotação, calculados pela teoria defasam pouco da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, reais nos primeiros períodos entre os dias de controle, e defasam mais nos últimos.

A velocidade do eixo de rotação apresenta um bom comportamento exceto entre nos períodos que se dão do 11º dia ao 22º dia e do 25º dia ao 27º dia. Defasagem entre dado calculado e fornecido aumenta a medida que se propaga, sendo assim, destes períodos entre dias de controle, os maiores apresentam maior defasagem ao final.

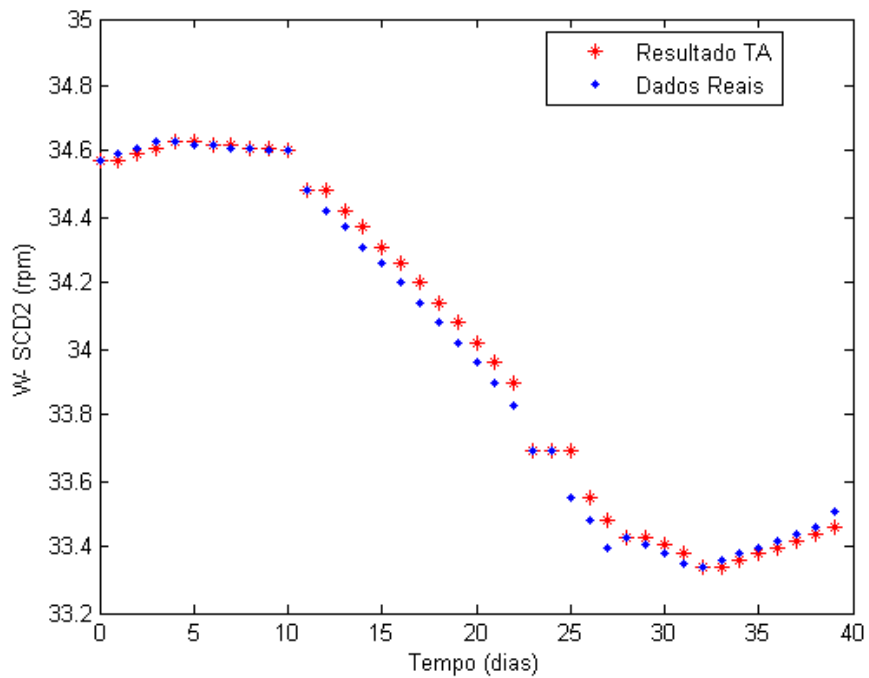
Tanto para a ascensão reta, declinação do eixo de rotação e velocidade do eixo de rotação, nota-se que a teoria acompanha melhor nos períodos de estabilidade dos ângulos. À medida que o ângulo varia com o tempo a defasagem entre os dados reais e fornecidos torna-se maior. Na Figura 17, que apresenta o comportamento da velocidade de rotação do eixo, esse comportamento fica bem explícito entre os dias 11 e 22. A Figura 20, que mostra a diferença entre a velocidade de rotação calculada e a real, apresenta não só um maior módulo como também uma maior dispersão entre as diferenças entre esses dias antes referidos.



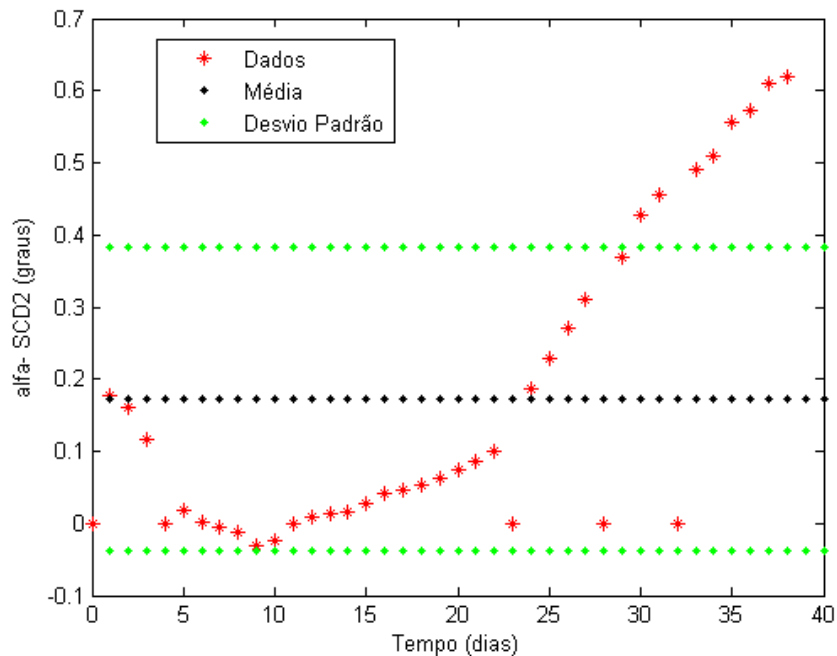
**Figura 15** – Ascensão Reta x Tempo com atualização diária (SCD2).



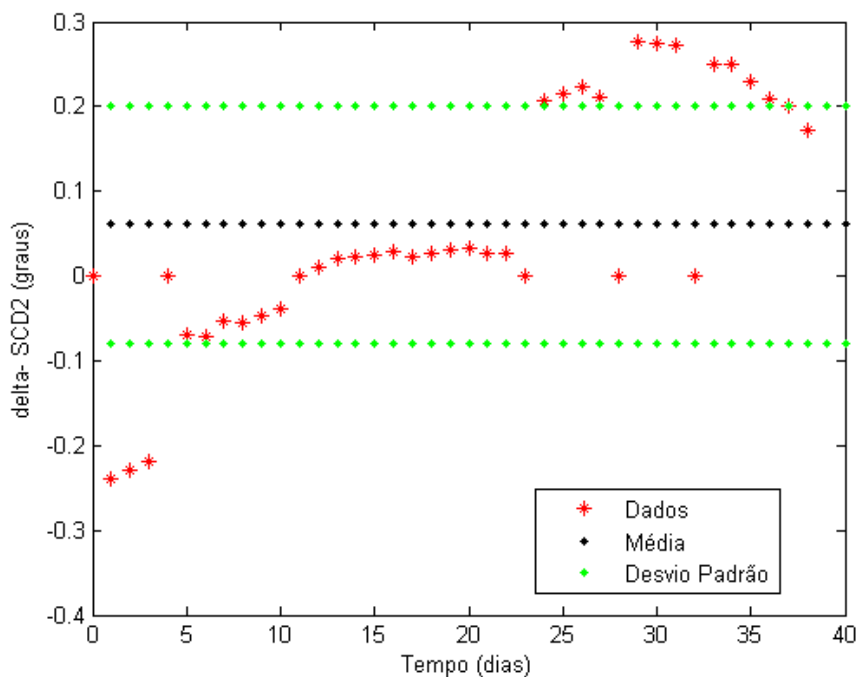
**Figura 16** – Declinação do Eixo de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD2).



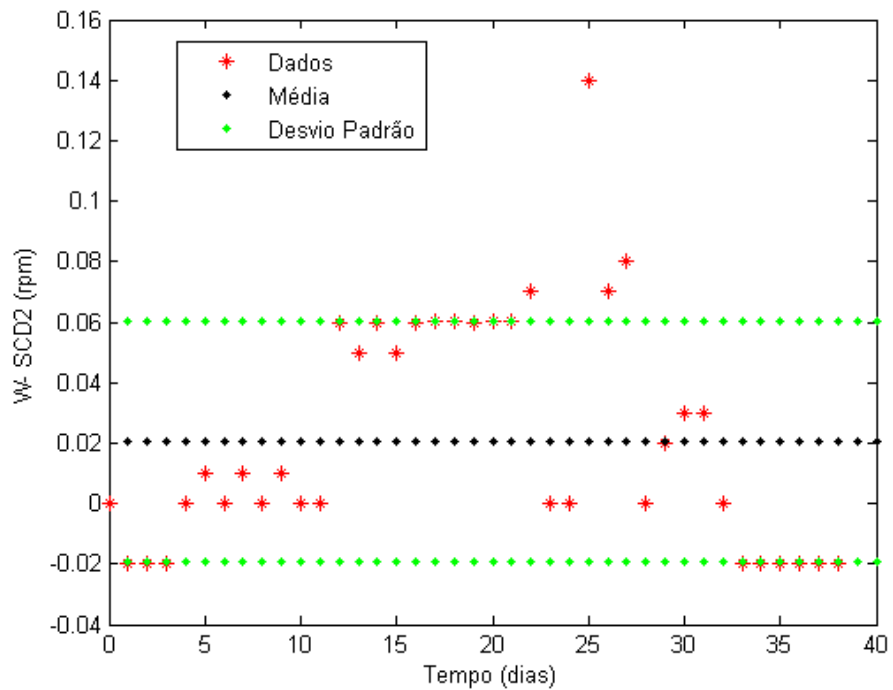
**Figura 17** – Velocidade de Rotação x Tempo com atualização diária (SCD2).



**Figura 18** – Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD2).



**Figura 19** – Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária (SCD2).

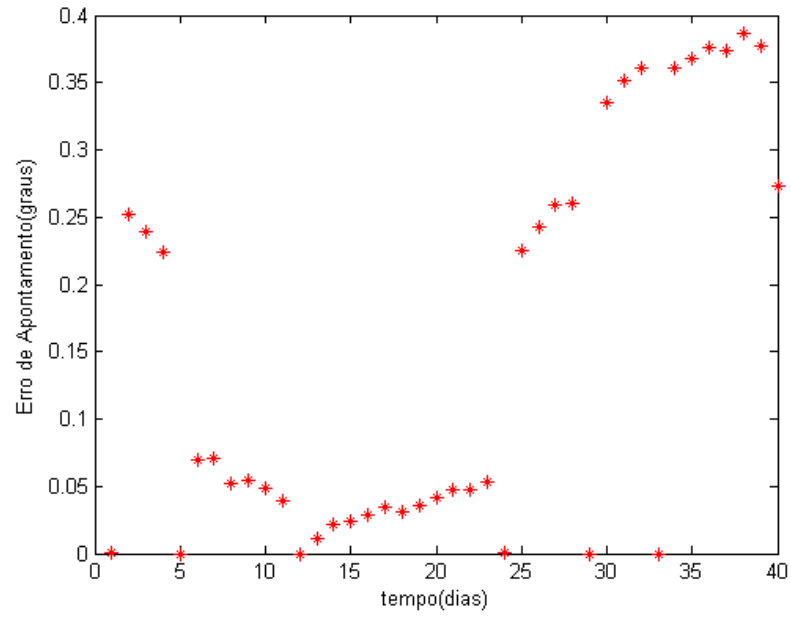


**Figura 20** – Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD2).

### 3.7.2.2.2. Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

Os valores que mostram o erro de apontamento igual a zero correspondem aos dias em que foi efetuado o controle de atitude pelo CCS/INPE. A Figura 21 mostra o comportamento do erro de apontamento no período de 40 dias.

A média do erro de apontamento obtido na simulação para o SCD2 foi melhor que aquela obtida para o SCD1, valendo  $0,1462833^\circ$  com desvio padrão de  $0,1469357^\circ$ .



**Figura 21** – Erro de Apontamento x Tempo com atualização diária (SCD2).

**Tabela 5** – Valores de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta'$  do SCD2 calculados pelo modelo teórico com atualização diária dos dados.

SCD1	$\alpha(*1.0e+002 \text{ }^\circ)$	$\delta(^\circ)$	$W(\text{rpm})$	$\theta'(^\circ)$
24/07/1993	2,8170000	62,7400000	34,5700000	83,9311381
25/07/1993	2,8170682	62,7414505	34,5700000	83,9036489
26/07/1993	2,8154144	62,9818125	34,5900000	84,1102829
27/07/1993	2,8139634	63,2117682	34,6100000	84,3150073
28/07/1993	2,8005000	63,3900000	34,6300000	84,8004058
29/07/1993	2,8007714	63,3906287	34,6300000	84,7841135
30/07/1993	2,8009192	63,4592578	34,6200000	84,8203938
31/07/1993	2,8012537	63,5275232	34,6200000	84,8463616
01/08/1993	2,8016770	63,5755510	34,6100000	84,8408624
02/08/1993	2,8021792	63,6236195	34,6100000	84,8562096
03/08/1993	2,8028637	63,6619215	34,6000000	84,8480232
04/08/1993	2,7871000	63,4700000	34,4800000	85,2011179
05/08/1993	2,7873880	63,4604585	34,4800000	85,1895991
06/08/1993	2,7875234	63,4409517	34,4200000	85,1667450
07/08/1993	2,7875504	63,4126042	34,3700000	85,1633693
08/08/1993	2,7874798	63,3852295	34,3100000	85,0426858
09/08/1993	2,7872179	63,3586867	34,2600000	85,1498087
10/08/1993	2,7867711	63,3326450	34,2000000	85,1648471
11/08/1993	2,7862426	63,3167601	34,1400000	85,1696137
12/08/1993	2,7856341	63,3006185	34,0800000	85,2127750
13/08/1993	2,7849460	63,2833461	34,0200000	85,2348774
14/08/1993	2,7841692	63,2658256	33,9600000	85,2754624
15/08/1993	2,7833023	63,2571942	33,9000000	85,3209642
16/08/1993	2,7660000	61,2200000	33,6900000	85,0065446
17/08/1993	2,7660563	61,2370424	33,6900000	85,0863973
18/08/1993	2,7642831	61,0456152	33,6900000	85,1252444
19/08/1993	2,7621009	60,8435211	33,5500000	85,2040431
20/08/1993	2,7595096	60,6311833	33,4800000	85,2964434
21/08/1993	2,7375000	59,3800000	33,4300000	85,8989411
22/08/1993	2,7375883	59,3863021	33,4300000	86,0137395
23/08/1993	2,7339744	59,1142702	33,4100000	86,1929229
24/08/1993	2,7297570	58,8426187	33,3800000	86,4330301
25/08/1993	2,7163000	58,2500000	33,3400000	87,0598850
26/08/1993	2,7163138	58,2503867	33,3400000	87,2053837
27/08/1993	2,7113902	57,9998083	33,3600000	87,5282330
28/08/1993	2,7062614	57,7495491	33,3800000	87,8908614
29/08/1993	2,7006364	57,5197474	33,4000000	88,2726550
30/08/1993	2,6948106	57,3103381	33,4200000	88,7170205
31/08/1993	2,6885861	57,1113363	33,4400000	89,1765554
01/09/1993	2,6822638	56,9427380	33,4600000	



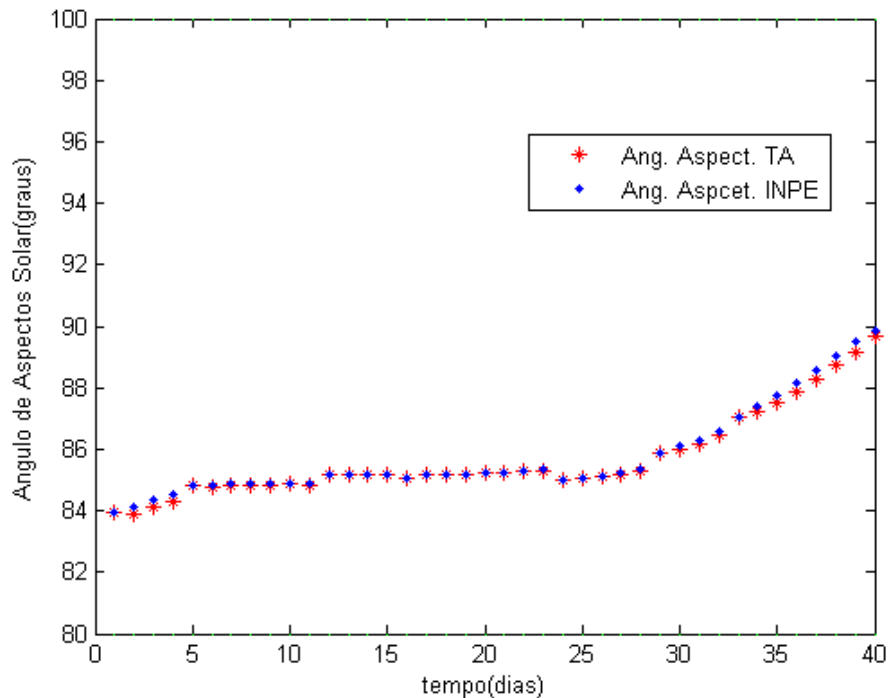
Tabela 6 – Valores das diferenças entre os resultados teóricos e os fornecidos pelo CCS/INPE de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$ ,  $\theta'$  e  $\theta$  para o SCD2.

SCD1	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$
24/07/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000009
25/07/93	0,1768229	-0,2385495	-0,0200000	0,2435698	0,2518165
26/07/93	0,1614353	-0,2281875	-0,0200000	0,2293972	0,2395947
27/07/93	0,1163377	-0,2182318	-0,0200000	0,2077520	0,2243959
28/07/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
29/07/93	0,0171422	-0,0693713	0,0100000	0,0588270	0,0697939
30/07/93	0,0019191	-0,0707422	0,0000000	0,0548541	0,0707474
31/07/93	-0,0046267	-0,0524768	0,0100000	0,0383527	0,0525172
01/08/93	-0,0123038	-0,0544490	0,0000000	0,0369488	0,0547231
02/08/93	-0,0320789	-0,0463805	0,0100000	0,0243849	0,0485172
03/08/93	-0,0236313	-0,0380785	0,0000000	0,0202856	0,0394936
04/08/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
05/08/93	0,0087991	0,0104585	0,0600000	-0,0042202	0,0111733
06/08/93	0,0123425	0,0209517	0,0500000	-0,0098446	0,0216668
07/08/93	0,0150356	0,0226042	0,0600000	-0,0096661	0,0235854
08/08/93	0,0279785	0,0252295	0,0500000	-0,0064675	0,0281739
09/08/93	0,0417921	0,0286867	0,0600000	-0,0033114	0,0342703
10/08/93	0,0471077	0,0226450	0,0600000	0,0029129	0,0309863
11/08/93	0,0542647	0,0267601	0,0600000	0,0036217	0,0362002
12/08/93	0,0634074	0,0306185	0,0600000	0,0054227	0,0418331
13/08/93	0,0746004	0,0333461	0,0600000	0,0088280	0,0473087
14/08/93	0,0869174	0,0258256	0,0600000	0,0184827	0,0468736
15/08/93	0,1002343	0,0271942	0,0700000	0,0236539	0,0526860
16/08/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000009
17/08/93	0,1856270	0,2070424	0,0000000	-0,0199571	0,2256044
18/08/93	0,2283053	0,2156152	0,1400000	-0,0002080	0,2424641
19/08/93	0,2700887	0,2235211	0,0700000	0,0204263	0,2596105
20/08/93	0,3109619	0,2111833	0,0800000	0,0504171	0,2607841
21/08/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
22/08/93	0,3688280	0,2763021	0,0200000	0,0786124	0,3345267
23/08/93	0,4274400	0,2742702	0,0300000	0,1168187	0,3517849
24/08/93	0,4557007	0,2726187	0,0300000	0,1409338	0,3610371
25/08/93	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
26/08/93	0,4913846	0,2503867	-0,0200000	0,1869647	0,3605880
27/08/93	0,5090231	0,2498083	-0,0200000	0,2056811	0,3683369
28/08/93	0,5561428	0,2295491	-0,0200000	0,2439518	0,3759298
29/08/93	0,5736388	0,2097474	-0,0200000	0,2658065	0,3734072
30/08/93	0,6110644	0,2003381	-0,0200000	0,2957677	0,3868420
31/08/93	0,6186124	0,1713363	-0,0200000	0,3117310	0,3777744
01/09/93	0,3863834	0,1727380	-0,0500000		
Média =	0,1731674	0,0605578	0,0205000	0,0728392	0,1462833
Desvio =	0,2109623	0,1402534	0,0396750	0,1019447	0,1469357

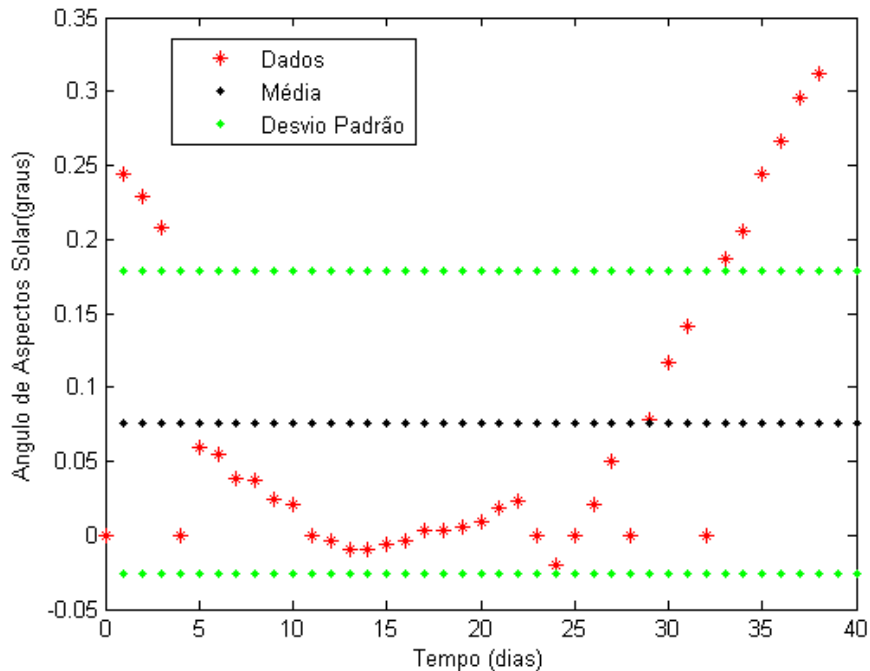
Do mesmo modo que para o SCD1, os resultados das simulações para o ângulo de aspecto solar mostram a comparação entre o valor computado com dados reais e com valores simulados pela teoria. Para este cálculo é necessário conhecer a ascensão reta e declinação do Sol, aqui fornecidos pelo *Astronomical Almanac* para o intervalo considerado e que se encontram no apêndice B.

As Figuras 22 e 23 mostram o ângulo de aspecto solar real comparado com o calculado pela teoria e as diferenças entre o real e o simulado, respectivamente.

Os resultados obtidos com o SCD2 mostram que o ângulo de aspecto solar simulado pela teoria fica na faixa pré-estabelecida para este satélite ( $80^\circ < \theta' < 100^\circ$ ). Pela Figura 30 observa-se que este ângulo variou entre  $83,9036489^\circ$  e  $89,1765554^\circ$ . A média da diferença ( $\theta'_{INPE} - \theta'$ ) é menor do que do SCD1 e vale  $0,0728392^\circ$ , como consta na Tabela 6. Em nenhum dia o valor do ângulo de aspecto solar ultrapassa a precisão exigida pelo CCS/INPE



**Figura 22** – Ângulo de Aspecto Solar x Tempo com atualização diária e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2).



**Figura 23** – Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios com atualização diária. (SCD2).

### 3.7.3. Abordagem sem Atualização de Dados de Atitude e Órbita

Nesta segunda abordagem são atualizados a cada 24 horas com os dados fornecidos pelo INPE apenas elementos orbitais  $a$ ,  $e$  e  $I$ , sendo a velocidade de rotação  $W$ , a ascensão reta  $\alpha$  e declinação  $\delta$  do eixo de rotação, assim com a longitude do nodo ascendente  $\Omega$  e argumento do perigeu  $\omega$  dados pelos valores obtidos pela teoria no propagador de atitude.

#### 3.7.3.1. Resultados sem Atualização da Atitude para o SCD1

A análise é feita durante dois períodos o primeiro de 3 dias, de 24/07/1993 à 26/07/1993, e o segundo de 4 dias, de 24/08/1993 à 27/08/1993, os quais se mostraram mais adequados perante os resultados obtidos dentro do período de 40 dias da simulação com atualização diária dos dados.

Na Tabela 7 são apresentados os valores das  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta'$  do SCD1 obtidos pela teoria para o primeiro período e na Tabela 9 para o segundo período. Na Tabela 8 são apresentados os valores obtidos dos erros associados à  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta'$  e também para o erro de apontamento para o primeiro período e na Tabela 10 para o segundo período.

Para os dois intervalos de tempo, pode ser observado que as médias das diferenças da ascensão reta, da declinação do eixo de rotação, da velocidade angular de rotação, erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar se mantêm dentro da precisão desejada. Porém em ambos os períodos as diferenças da declinação do eixo de rotação e o erro de apontamento apresentam valores acima do valor tolerado pelo CCS, a diferença da ascensão reta ultrapassa esse valor no ultimo dia da propagação dos respectivos períodos. Já a diferenças da velocidade de rotação e do ângulo de aspecto solar tem um bom comportamento.

De um modo geral pode se considerar que para o SCD1 os resultados da teoria estariam dentro da precisão desejada para um intervalo de 2 dias.

**Tabela 7** – Valores obtidos de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta'$  pelo modelo teórico sem atualização para o SCD1 no período de 24/07/1993 a 26/07/1993.

Dia	$\alpha$ (*1.0e+002 °)	$\delta$ (°)	W(rpm)	$\theta'$ (°)
24/07/1993	2,3410000	77,3000000	90,8100000	74,9948125
25/07/1993	2,3412316	77,3139274	90,8100000	75,0106778
26/07/1993	2,3415140	77,3264925	90,8100000	75,0389112

**Tabela 8** – Valores dos erros de  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\delta$ ,  $\Delta W$ ,  $\Delta\theta'$  e do  $\theta$  para o SCD1 no período de 24/07/1993 a 26/07/1993.

Dia	$\Delta\alpha$ (°)	$\Delta\delta$ (°)	$\Delta W$ (rpm)	$\Delta\theta'$ (°)	$\theta$ (°)
24/07/1993	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
25/07/1993	0,3831551	-0,3760726	0,1000000	-0,2192082	0,3851030
26/07/1993	0,6113957	-0,7635075	0,1900000	-0,3968793	0,7745122
Média	0,3315170	-0,3798600	0,0966667	-0,2053625	0,3865384
Desvio	0,3089516	0,3817679	0,0950439	0,1988016	0,3872581

**Tabela 9** – Valores obtidos de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta'$  pelo modelo teórico sem atualização para o SCD1 no período de 24/08/1993 a 27/08/1993

Dia	$\alpha(*1.0e+002 \text{ }^\circ)$	$\delta(^\circ)$	$W(\text{rpm})$	$\theta'(^\circ)$
24/08/1993	2,8350000	79,2200000	85,8800000	86,1406410
25/08/1993	2,8302806	79,2098656	85,8800000	86,2968813
26/08/1993	2,8261391	79,2083461	85,8800000	86,4489307
27/08/1993	2,8228996	79,2129821	85,8800000	86,6055171

**Tabela 10** – Valores dos erros de  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\delta$ ,  $\Delta W$ ,  $\Delta\theta'$  e do  $\theta$  para o SCD1 no período de 24/08/1993 a 27/08/1993

Dia	$\Delta\alpha(^\circ)$	$\Delta\delta(^\circ)$	$\Delta W(\text{rpm})$	$\Delta\theta'(^\circ)$	$\theta(^\circ)$
24/08/1993	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000009
25/08/1993	0,0180575	0,2598656	0,0800000	0,1621049	0,2598881
26/08/1993	0,1839108	0,5083461	0,1500000	0,2845888	0,5095652
27/08/1993	0,5299620	0,7329821	0,2200000	0,3533168	0,7401087
Média	0,18298257	0,37529844	0,1125	0,20000264	0,37739069
Desvio	0,24568169	0,31612917	0,09429563	0,15502403	0,31899027

### 3.7.3.1. Resultados sem Atualização da Atitude para o SCD2

Nesta segunda abordagem ao satélite SCD2, os períodos considerados foram tomados a partir dos dias de controle, totalizando 6 intervalos. Estes intervalos são explicitados nas tabelas e a eles foi associado uma letra, de A a F. Onde os períodos A e B foram destacados por serem os maiores e deles é apresentados os gráficos das diferenças, do ângulo de aspecto solar e do erro de apontamento. Os outros períodos, por serem menores, não apresentam informações aqui relevantes, em seus gráficos

Na Tabela 11 são apresentados os valores da ascensão reta, da declinação do eixo de rotação, da velocidade angular de rotação e do ângulo de aspecto solar, obtido a partir da teoria para os períodos A (de 3 a 14/08/1993) e B (de 24/08 a 01/09/1993).

Na Tabela 12 são apresentados os valores da ascensão reta, da declinação do eixo de rotação, da velocidade angular de rotação e do ângulo de aspecto solar, obtido a partir da teoria para os períodos C (de 24 a 26/07/1993), D (de 27/07 a 02/08/1993), E (de 15 a 19/08/1993) e F (de 20 a 23/08/1993).

A Tabela 13 apresenta os valores das diferenças dos valores obtidos da teoria com aqueles fornecidos pelo CCS para a ascensão reta, declinação, velocidade angular de

rotação, ângulo de aspecto solar e do erro de apontamento nos períodos A e B, e a Tabela 14 nos períodos de C a F. Pode-se constatar que a média da diferença da ascensão reta ultrapassa o exigido pelo CCS/INPE, exceto no período C que ocorre durante 3 dias. As diferenças para ascensão reta nos períodos A, B, D, E e F, são superiores a 0,5 já no segundo dia de propagação. Nas Figuras 26 e 32 as diferenças na ascensão reta aparentam ter um comportamento contínuo e linear. O valor obtido para declinação do eixo de rotação apresentou uma média da diferença que ultrapassa o exigido pelo CCS/INPE nos períodos B, E e F, aparentemente não tem essa extrapolação devido à quantidade de dias em que foi propagada a atitude. Na Figuras 27 a diferença declinação do eixo de rotação para o período A, que mantém-se na precisão de 0.5 durante toda a propagação, aparenta comportar-se de forma contínua com um crescimento quase linear nos primeiros dias e uma estabilização nos últimos dias em torno de 0,29. Já a Figura 33 a diferença declinação do eixo de rotação para o período B, que ultrapassa a precisão exigida, aparenta comportar-se de forma contínua e linear. A diferença da velocidade de rotação mostra-se bem comportada para todos os períodos, ultrapassando 0,5 apenas nos últimos dias de propagação para o período A. As Figuras 28 e 34, que apresentam o comportamento da diferença da velocidade do eixo de rotação entre o calculado e fornecido, assemelham-se também a funções contínuas e lineares porém na Figura 34, que representa essa diferença para o período B, teria um coeficiente negativo.

O ângulo de aspecto solar como observado na Tabela 11 apresenta valores dentro da faixa recomendada  $80^\circ < \theta < 100^\circ$  para o SCD2, com a média da diferença dentro dos valores exigidos pelo CCS, exceto no período C. Nas Figura 24 e 30 é possível acompanhar o comportamento do ângulo de aspecto solar teórico com o do CCS nos períodos A e B, e na Figura 25 e 31 as respectivas variações da diferença.

Na Tabela 13 temos o comportamento do erro de apontamento para cada dia de estudo assim como sua média. Nas Figura 29 e 35 temos a representação do erro de apontamento para os períodos A e B e nota-se que a partir do 2º dia os valores obtidos ficam fora do padrão exigido pelo CCS com exceção do período C, que não ultrapassa esse

padrão em nenhum momento e que junto com o período D são os únicos a terem a média dentro da precisão.

**Tabela 11** – Valores de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\theta'$  e W obtidos pelo modelo teórico para os 2 maiores períodos sem atualização para o SCD2.

Dia	$\alpha(*1.0e+002 \text{ }^\circ)$	$\delta(^\circ)$	W(rpm)	$\theta'(^\circ)$
Período A (de 03 a 14/08/1993)				
03/08/1993	2,8031000	63,7000000	34,6000000	84,8683087
04/08/1993	2,8034262	63,6908347	34,6000000	84,8382323
05/08/1993	2,8037529	63,6795073	34,6000000	84,8127347
06/08/1993	2,8040661	63,6662745	34,6000000	84,7764980
07/08/1993	2,8043550	63,6514611	34,6000000	84,7614956
08/08/1993	2,8046149	63,6352377	34,6000000	84,6240073
09/08/1993	2,8048403	63,6179114	34,6000000	84,7083495
10/08/1993	2,8050282	63,5997334	34,6000000	84,6931007
11/08/1993	2,8051739	63,5812898	34,6000000	84,6592669
12/08/1993	2,8052779	63,5627581	34,6000000	84,6617330
13/08/1993	2,8053401	63,5446333	34,6000000	84,6423426
14/08/1993	2,8053627	63,5272381	34,6000000	84,6396065
Período B (de 24/08 a 01/09/1993)				
24/08/1993	2,7252000	58,5700000	33,3500000	86,5739638
25/08/1993	2,7252362	58,5713041	33,3500000	86,7016336
26/08/1993	2,7252739	58,5722921	33,3500000	86,8383694
27/08/1993	2,7253126	58,5729574	33,3500000	86,9591045
28/08/1993	2,7253536	58,5733182	33,3500000	87,0944166
29/08/1993	2,7253969	58,5733479	33,3500000	87,2045258
30/08/1993	2,7254420	58,5730137	33,3500000	87,3491234
31/08/1993	2,7254896	58,5722645	33,3500000	87,4733162

**Tabela 12** – Valores de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\theta'$  e W obtidos pelo modelo teórico para os 3 menores períodos sem atualização para o SCD2.

<b>Dia</b>	<b><math>\alpha</math>(*1.0e+002 °)</b>	<b><math>\delta</math>(°)</b>	<b>W(rpm)</b>	<b><math>\theta'</math>(°)</b>
Período C (de 24 a 26/07/1993)				
<b>24/07/1993</b>	2,8170000	62,7400000	34,5700000	83,9311381
<b>25/07/1993</b>	2,8170682	62,7414505	34,5700000	83,9036489
<b>26/07/1993</b>	2,8171418	62,7426177	34,5700000	83,8683873
Período D (de 27/07 a 02/08/1993)				
<b>27/07/1993</b>	2,8128000	63,4300000	34,6300000	84,5227593
<b>28/07/1993</b>	2,8130170	63,4313103	34,6300000	84,4938574
<b>29/07/1993</b>	2,8132553	63,4316402	34,6300000	84,4701703
<b>30/07/1993</b>	2,8135118	63,4308079	34,6300000	84,4419986
<b>31/07/1993</b>	2,8137826	63,4286582	34,6300000	84,4093226
<b>01/08/1993</b>	2,8140671	63,4250217	34,6300000	84,3632875
<b>02/08/1993</b>	2,8143592	63,4198001	34,6300000	84,3403657
Período E (de 15 a 19/08/1993)				
<b>15/08/1993</b>	2,7823000	63,2300000	33,8300000	85,3446180
<b>16/08/1993</b>	2,7823395	63,2475225	33,8300000	85,3752923
<b>17/08/1993</b>	2,7824112	63,2634579	33,8300000	85,4170485
<b>18/08/1993</b>	2,7825096	63,2777223	33,8300000	85,4332060
<b>19/08/1993</b>	2,7826283	63,2901331	33,8300000	85,4670920
Período F (de 20 a 23/08/1993)				
<b>20/08/1993</b>	2,7564000	60,4200000	33,4000000	85,3468605
<b>21/08/1993</b>	2,7565043	60,4283694	33,4000000	85,4259571
<b>22/08/1993</b>	2,7566162	60,4353784	33,4000000	85,5167602
<b>23/08/1993</b>	2,7567310	60,4410004	33,4000000	85,5877805

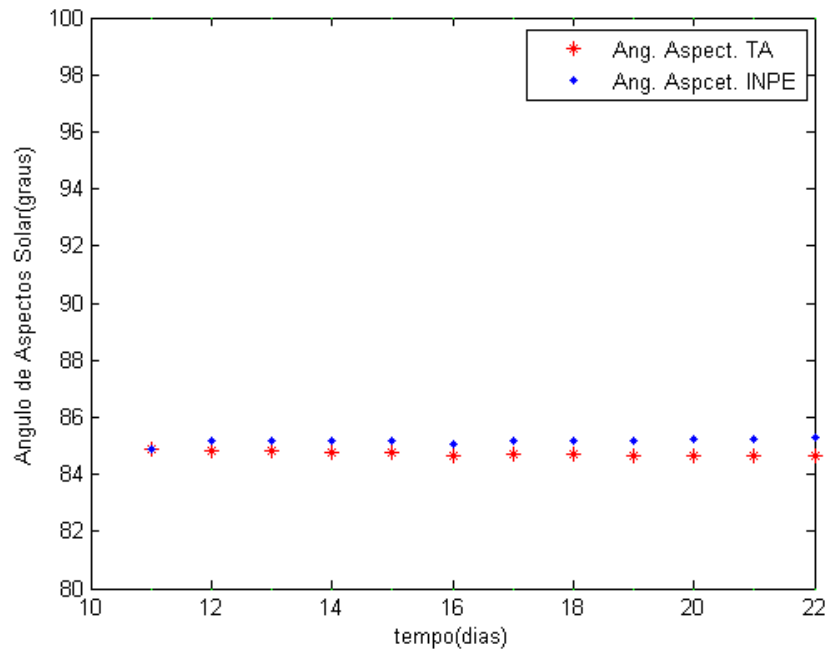


**Tabela 13** – Resultados das variações dos valores calculados com os fornecidos pelo CCS de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta'$  assim como comportamento de  $\theta$  para os 2 maiores períodos sem atualização para o SCD2.

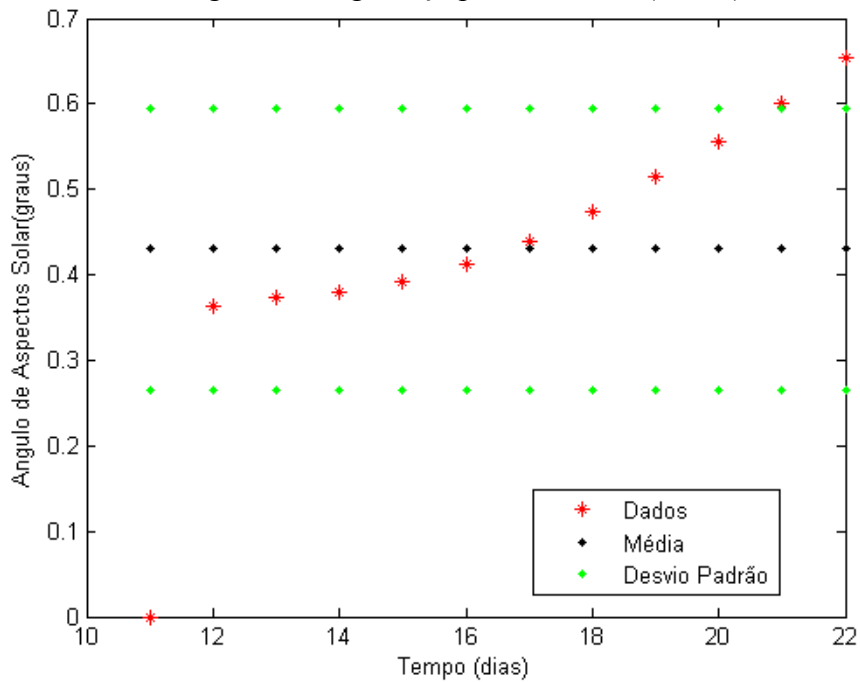
<b>Dia</b>	<b><math>\Delta\alpha(^{\circ})</math></b>	<b><math>\Delta\delta(^{\circ})</math></b>	<b><math>\Delta W(\text{rpm})</math></b>	<b><math>\Delta\theta'(^{\circ})</math></b>	<b><math>\theta(^{\circ})</math></b>
Período A (de 03 a 14/08/1993)					
<b>03/08/1993</b>	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
<b>04/08/1993</b>	1,6326221	0,2208347	0,1200000	0,3628856	0,7592221
<b>05/08/1993</b>	1,6452905	0,2295073	0,1800000	0,3726442	0,7675499
<b>06/08/1993</b>	1,6666064	0,2462745	0,2300000	0,3804024	0,7822623
<b>07/08/1993</b>	1,6954958	0,2614611	0,2900000	0,3922076	0,7998859
<b>08/08/1993</b>	1,7414874	0,2752377	0,3400000	0,4122110	0,8243831
<b>09/08/1993</b>	1,8040334	0,2879114	0,4000000	0,4381478	0,8555512
<b>10/08/1993</b>	1,8728237	0,2897334	0,4600000	0,4746593	0,8856606
<b>11/08/1993</b>	1,9473868	0,2912898	0,5200000	0,5139685	0,9182572
<b>12/08/1993</b>	2,0277905	0,2927581	0,5800000	0,5564647	0,9534509
<b>13/08/1993</b>	2,1140108	0,2946333	0,6400000	0,6013628	0,9913927
<b>14/08/1993</b>	2,2062673	0,2872381	0,7000000	0,6543385	1,0292700
<b>Média</b>	1,6961512	0,2480733	0,3716667	0,4299410	0,7972405
<b>Desvio</b>	0,5670707	0,0822613	0,2173741	0,1656109	0,2664045
Período B (de 24/08 a 01/09/1993)					
<b>24/08/1993</b>	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
<b>25/08/1993</b>	0,8936166	0,3213041	0,0100000	0,3582514	0,5677557
<b>26/08/1993</b>	1,3873941	0,5722921	-0,0100000	0,5539790	0,9270223
<b>27/08/1993</b>	1,9012638	0,8229574	-0,0300000	0,7748095	1,2972993
<b>28/08/1993</b>	2,4653639	1,0533182	-0,0500000	1,0403967	1,6766696
<b>29/08/1993</b>	3,0496856	1,2633479	-0,0700000	1,3339357	2,0530312
<b>30/08/1993</b>	3,6742014	1,4630137	-0,0900000	1,6636648	2,4417658
<b>31/08/1993</b>	4,3089647	1,6322645	-0,1100000	2,0149701	2,8186097
<b>Média</b>	2,2100613	0,8910622	-0,0437500	0,9675009	1,4727692
<b>Desvio</b>	1,4495706	0,5689968	0,0437321	0,6799997	0,9595571

**Tabela 14** – Resultados das variações dos valores calculados com os fornecidos pelo CCS de  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $W$  e  $\theta$  assim como comportamento de  $\theta$  para os 3 menores períodos sem atualização para o SCD2.

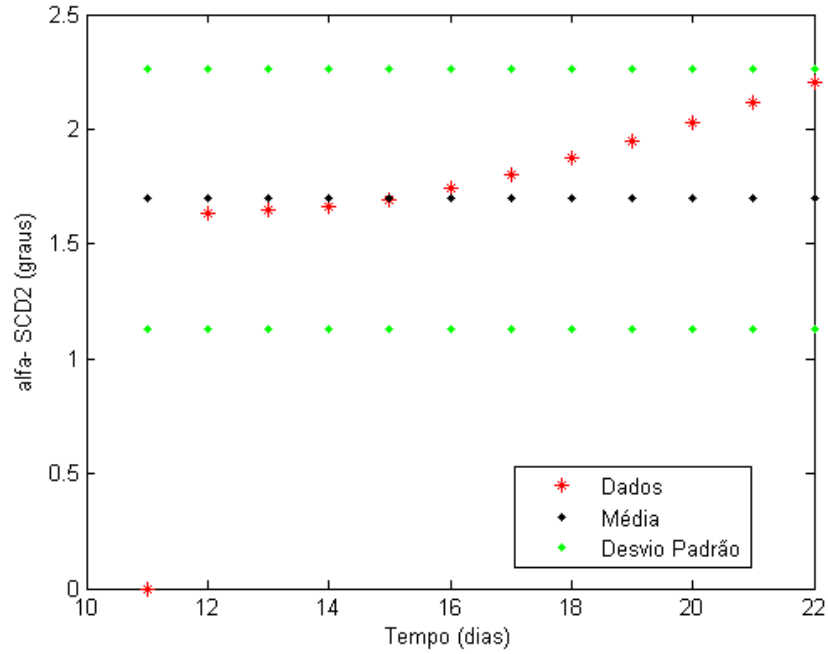
<b>Dia</b>	<b><math>\Delta\alpha(^{\circ})</math></b>	<b><math>\Delta\delta(^{\circ})</math></b>	<b><math>\Delta W(\text{rpm})</math></b>	<b><math>\Delta\theta'(^{\circ})</math></b>	<b><math>\theta(^{\circ})</math></b>
Período C (de 24 a 26/07/1993)					
<b>24/07/1993</b>	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000009
<b>25/07/1993</b>	0,1768229	-0,2385495	-0,0200000	0,2435698	0,2518165
<b>26/07/1993</b>	0,3341786	-0,4673823	-0,0400000	0,4712929	0,4914256
<b>Média</b>	0,1703338	-0,2353106	-0,0200000	0,2382876	0,2477476
<b>Desvio</b>	0,1671838	0,2337080	0,0200000	0,2356908	0,2457376
Período D (de 27/07 a 02/08/1993)					
<b>27/07/1993</b>	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
<b>28/07/1993</b>	1,2516986	0,0413103	0,0000000	0,3065484	0,5617632
<b>29/07/1993</b>	1,2655286	-0,0283598	0,0100000	0,3727702	0,5664479
<b>30/07/1993</b>	1,2611762	-0,0991921	0,0100000	0,4332494	0,5717797
<b>31/07/1993</b>	1,2482587	-0,1513418	0,0200000	0,4753917	0,5770737
<b>01/08/1993</b>	1,2267110	-0,2049783	0,0200000	0,5145237	0,5839728
<b>02/08/1993</b>	1,1859152	-0,2501999	0,0300000	0,5402288	0,5845589
<b>Média</b>	1,0627555	-0,0989659	0,0128571	0,3775303	0,4922280
<b>Desvio</b>	0,4694141	0,1090188	0,0111270	0,1850719	0,2172178
Período E (de 15 a 19/08/1993)					
<b>15/08/1993</b>	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
<b>16/08/1993</b>	1,6339491	2,0275225	0,1400000	-0,3687477	2,1655317
<b>17/08/1993</b>	1,8211164	2,2334579	0,1400000	-0,3506083	2,3897995
<b>18/08/1993</b>	2,0509639	2,4477223	0,2800000	-0,3081696	2,6293478
<b>19/08/1993</b>	2,3228255	2,6701331	0,3500000	-0,2426226	2,8843867
<b>Média</b>	1,5657710	1,8757671	0,1820000	-0,2540297	2,0138131
<b>Desvio</b>	0,9124188	1,0755957	0,1364551	0,1500667	1,1572174
Período F (de 20 a 23/08/1993)					
<b>20/08/1993</b>	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
<b>21/08/1993</b>	1,9004313	1,0483694	-0,0300000	0,4729840	1,4166544
<b>22/08/1993</b>	2,2716201	1,3253784	-0,0100000	0,5755918	1,7503602
<b>23/08/1993</b>	2,7030962	1,6010004	0,0200000	0,7219611	2,1043502
<b>Média</b>	1,7187869	0,9936870	-0,0050000	0,4426342	1,3178412
<b>Desvio</b>	1,1918770	0,6998221	0,0208167	0,3122752	0,9223410



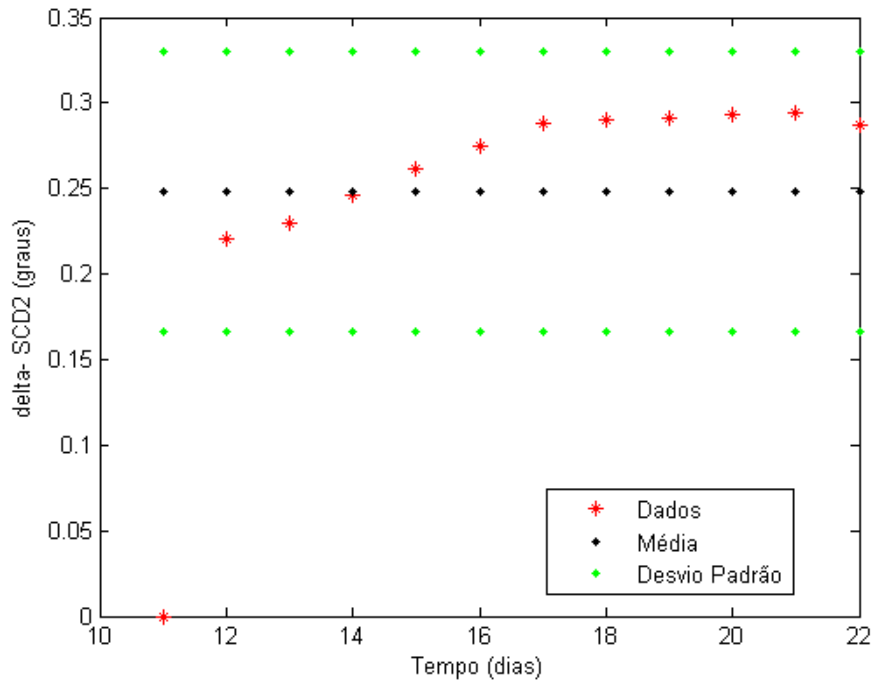
**Figura 24** – Ângulo de Aspecto Solar x Tempo sem atualização diária no período A e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2).



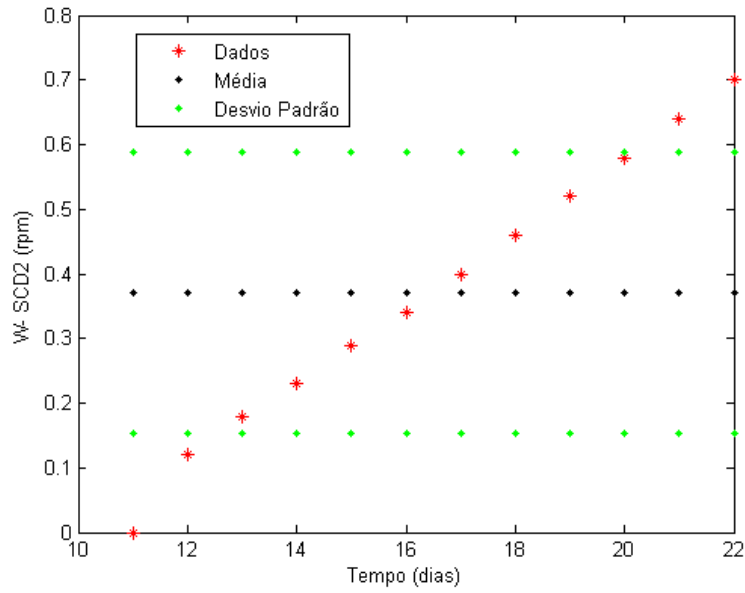
**Figura 25** – Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).



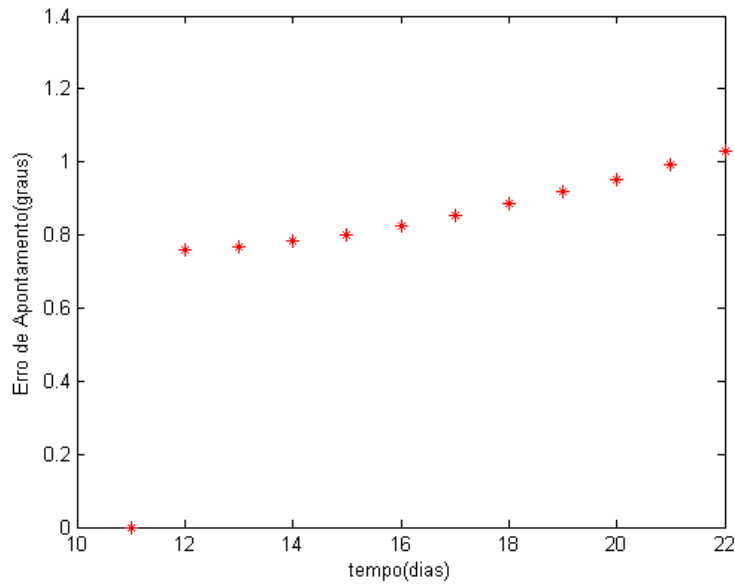
**Figura 26** – Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).



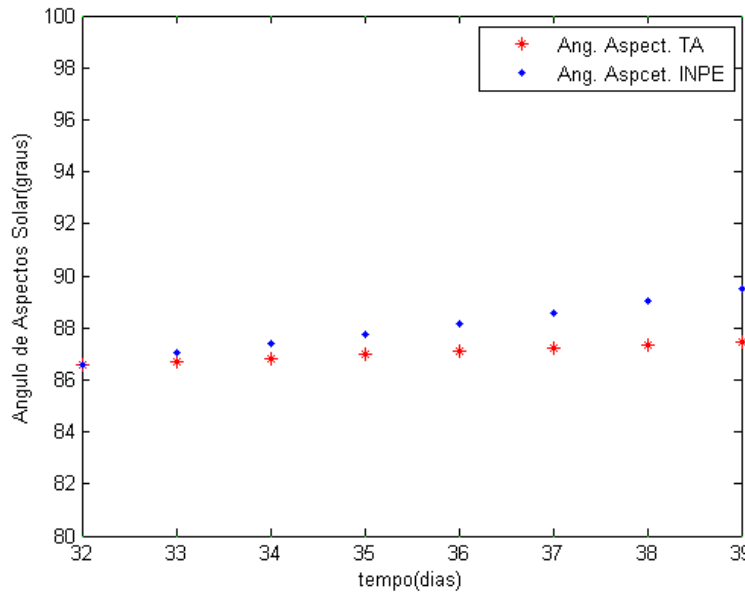
**Figura 27** – Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).



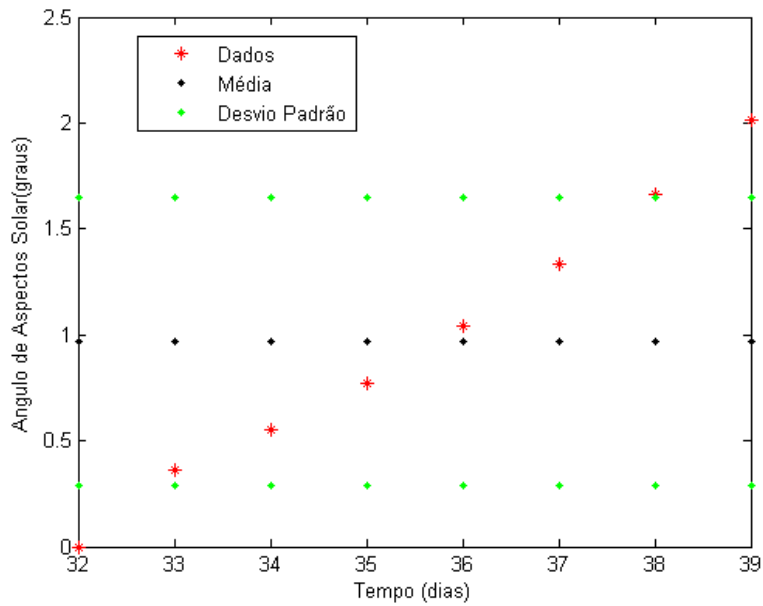
**Figura 28** – Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período A (SCD2).



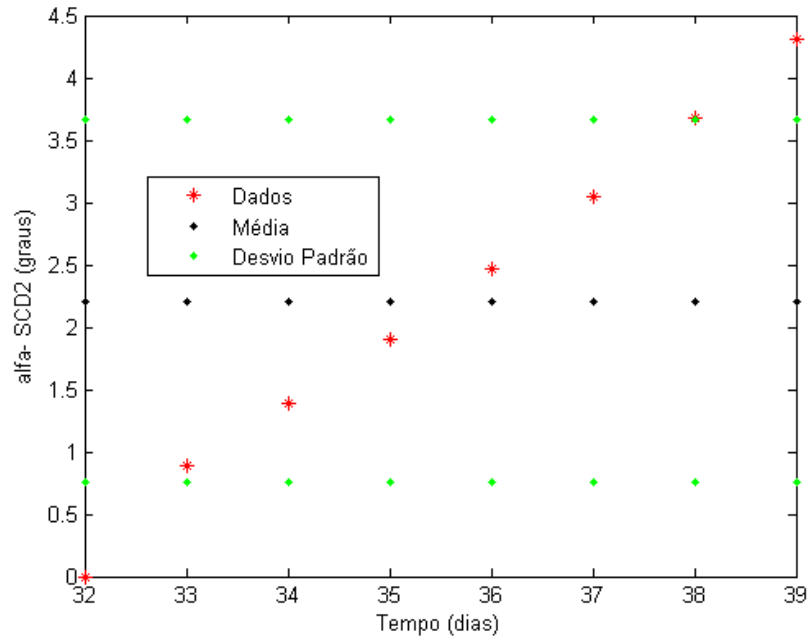
**Figura 29** – Erro de Apontamento x Tempo sem atualização diária no período A (SCD2).



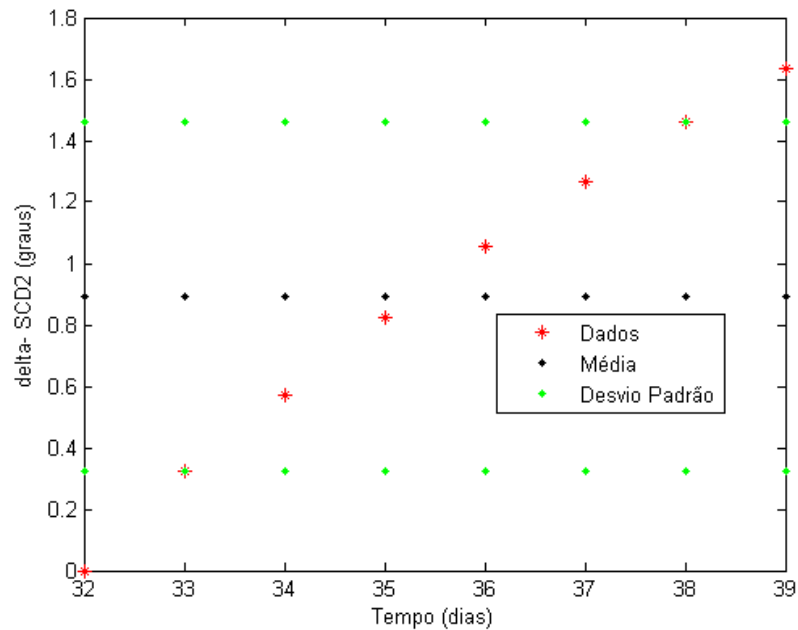
**Figura 30** – Ângulo de Aspecto Solar x Tempo sem atualização diária no período B e restrito aos ângulos de segurança para o satélite (SCD2).



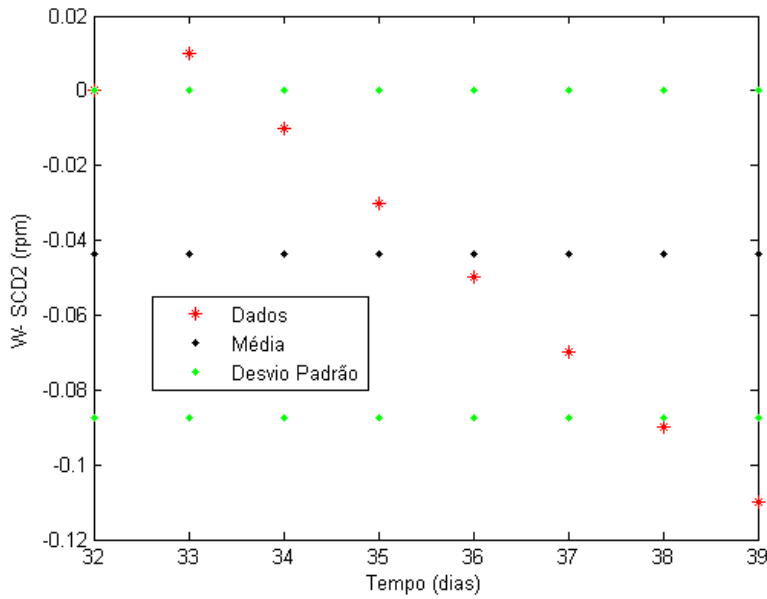
**Figura 31** – Diferença entre Ângulo de Aspecto Solar Calculado e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).



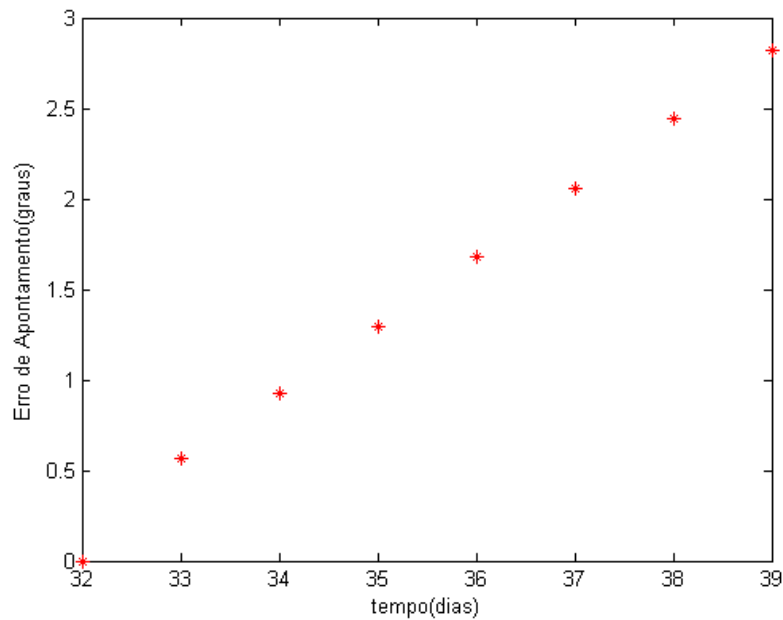
**Figura 32** – Diferença entre Ascensão Reta Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).



**Figura 33** – Diferença entre Declinação do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).



**Figura 34** – Diferença entre Velocidade do Eixo de Rotação Calculada e a Fornecida pelo CCS/INPE com Média e Desvios sem atualização diária no período B (SCD2).



**Figura 35** – Erro de Apontamento x Tempo sem atualização diária no período B (SCD2).



## 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi analisada a influência do torque aerodinâmico na atitude de um satélite estabilizado por rotação. No modelo do torque aerodinâmico foram consideradas simplificações de modo a ser possível uma abordagem semi-analítica na busca de uma solução para as equações do movimento rotacional. Tais simplificações consideraram o torque aerodinâmico associado apenas à força de arrasto, o coeficiente de arrasto e área de superfície transversal constantes, a atmosfera da Terra estática, a densidade atmosférica assumindo um valor numérico fornecido pelo modelo TD88 e a margem estática fixa. A análise da atitude, além de soluções analíticas válidas para um período orbital para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação, também apresentou a determinação do erro de apontamento no eixo de rotação e ângulo de aspecto solar.

Baseado nas simulações realizadas com TA atualizando os dados da órbita diariamente com os dados fornecidos pelo CCS/INPE, a ascensão reta, declinação do eixo de rotação, velocidade do eixo de rotação e ângulo de aspecto solar se comportam muito bem durante todo o período em que foi realizada a propagação de atitude do satélite, bem como o erro de apontamento. Observa-se nas tabelas que no modelo da teoria realizado com atualização diária de dados, em poucos dias a precisão exigida pelo INPE ( $0,5^\circ$  para ângulos e 0,5 r.p.m. para a velocidade do eixo de rotação) é superada em algum dos elementos estudados, e todas as médias se encontram no intervalo citado. Ou seja, para a propagação de um dia a teoria tem um rendimento regular.

Já os resultados obtidos com a implementação numérica da solução analítica proposta sem atualização diária dos dados de atitude, para o SCD1 e SCD2, apontam para um distanciamento entre a solução obtida e o caso real. A média das diferenças se mantém dentro da precisão do INPE ( $0,5^\circ$  para os ângulos e 0,5 rpm para a velocidade) para intervalos de 3 dias para o SCD1. Para o SCD2 observa-se que o erro maior ocorre para a ascensão reta, sendo que as demais variáveis se mantêm dentro da precisão por um período maior de até 7 dias para alguns períodos estudados, já em outros seus dados extrapolam a precisão já no segundo dia.

Saliente-se que na teoria proposta o componente do TA no eixo z foi nulo, com o TA não influenciando diretamente a velocidade de rotação do satélite. Deste modo nos intervalos de tempo em que a velocidade possui uma variação maior [4], a solução analítica não acompanha o comportamento real do satélite.

A solução analítica para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação apontam que o TA contribui para uma precessão no eixo de rotação (devida a variação linear na ascensão reta) e uma deriva no eixo de rotação (devida a variação linear da declinação).

Assim a importância deste trabalho está na verificação do tipo de influência do TA no movimento rotacional de um satélite artificial estabilizado por rotação.

A magnitude do TA para o SCD1 apresenta uma ordem de grandeza de  $10^{-6}$  Nm e para o SCD2 de  $10^{-7}$  Nm, como pode-se observar no Apêndice C. Há outros torques ambientais de maior ordem e relevância na altitude em que se encontram o SCD1 e SCD2 e que tem maior influência na atitude do satélite. Assim a obtenção de um modelo que descreva de forma mais realista a atitude dos satélites, deve incluir outros torques ambientais.

## REFERÊNCIAS

ASTRONÔMICAL ALMANAC. Software. Disponível em:<  
<http://www.jb.man.ac.uk/almanac/>>. Acesso em: ago. 2009.

ASSIS, S. C. **Propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação: torque residual médio com modelo de quadripolo para o campo geomagnético.** Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2004.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, E. W. **Fundamentals of astrodynamics.** Ed. Dover Publications, INC, 1971.

CHIARADIA, C.E. et al. **Propagação analítica da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação com torque devido as correntes de Foucault.** Resumo dos trabalhos, XIII Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, 2006, Bertioga, p.23, 2006.

CHIARADIA, C.E. **Influência do Torque de Gradiente de Gravidade na Atitude de Satélites Artificiais estabilizados por rotação.** Trabalho de Graduação de Licenciatura em Física. Guaratinguetá, 2007.

CHIARADIA, J.E. Relatório Final de Iniciação Científica, PIBIC 2007/2008. FEG/UNESP – Guaratinguetá, 2008.

CHIARADIA, J.E., ZANARDI, M.C., CHIARADIA, C.E. **Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação: abordagem analítica para a propagação de atitude com torque de gradiente de gravidade.** In: Anais do CBDO2008, Águas de Lindóia, Guaratinguetá: FEG/UNESP, p.49, 2008.

GARCIA, R. V. **Satélites estabilizados por Rotação e o Torque Magnético Residual.** Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2007.

GARCIA, R. V., ZANARDI, M. C., KUGA, H. K. **Spin-stabilized: analytical attitude propagation using magnetic torque, Mathematical Problems in Engineering.** v. 2009, article ID 242396, 18 pag., Hindawi Publishing Corporation, 2009.

KUGA, H. K., ORLANDO, V., LOPES, R. V. F. **Flight dynamics operations during leap for the INPE's second environmental data collecting satellite SCD2**. RBCM – Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, v. 21- sp iss., p. 339-344, 1999.

KUGA, H.K., RAO, K. R., CARRARA, V. **Satélites Artificiais: Movimento Orbital**. Apostila do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2000.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D. D.; GUEDES, U. T. V. Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação. São José dos Campos, Relatório Técnico do INPE, INPE-4271-PRE/1143, 1987.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação**, Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275, 1987.

ORLANDO, V., LOPES, R. V. F., KUGA, H. K. **INPE's flight dynamics team experience trough four years of SCD1 in-orbit operations: main issues, improvements and trends**. ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics, Darmstadt, Alemanha, p. 433-437, 1997.

QUIRELLI, I. M. P. **Propagação analítica da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação**, Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2002.

PEREIRA, A. J. **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação com Torque Magnético Induzido**. Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Física - UNESP, Guaratinguetá, 2006.

REAL, F.F.; ZANARDI, M.C.F.P.S. Comparation of external torques magnitudes acting on the spacecraft, In: WINTER, O.C.; PRADO A.F.A. **Advances in space dynamics 3**. São José dos Campos: INPE, 2002. p.503-516.

SENE, L.T.F. **Propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação com quatérnions**. 2007. 115f. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

SEHNAL, L., POSPÍŠILOVÁ, L. **Thermospheric model TD88**. Preprint No. 67 of the Astronomical Institute of Czechoslovakian Academy of Sciences, 1988.

WERTZ, J.R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London, Reidel, vol. 73, 1978.

WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A . **A Conquista do Espaço do Sputnik à Missão Centenário**, V.único, 1ªedição, editora: Livraria da Física, São Paulo, 2007.

ZANARDI, M.C. **Fundamentos da Astronáutica**. Apostila do ITA, 1990.

ZANARDI, M. C., REAL, F.F. **Enviromental torques acting on a low earth orbiter cylindrical spacecraft**, Adv. Spa. Res., vol. 31, no. 8, p. 1981-1986, 2003.

ZANARDI, M.C. **Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais**. Tese de Livre Docência, FEG/UNESP, Guaratinguetá, SP, 2005.

ZANARDI, M. C., QUIRELLI, I. M. P., KUGA, H.K. **Analytical attitude prediction of spin stabilized spacecraft perturbed by magnetic residual torque**. Adv. Spa. Res., v. 36, p. 460 – 465, 2005.

ZANARDI, M. C., CHIARADIA, J. E. **Análise do erro de apontamento para o satélite brasileiro de coleta de dados – SCD1**. Anais do XXXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada, p. 411-412, Cuiabá, 2009.

## APÊNDICE A - Constantes do Modelo TD88

**Tabela A1** – Valores das constantes  $K_{nj}$

Constantes $K_{nj}$	$j$			
	0	1	2	3
$n$				
1	$2,96815e-15$	$7,66373e-9$	$1,65738e-10$	$3,87086e-11$
2	$2,81456e-14$	$-4,40149e-9$	$3,34283e-10$	$9,35229e-11$
3	$-1,233e-14$	$1,18107e-10$	$-1,47817e-10$	$1,51755e-12$
4	$-1,14892e-17$	$-1,59664e-11$	$6,46708e-12$	$2,04955e-12$
5	$-3,90065e-16$	$-2,40755e-10$	$-1,39856e-11$	$-3,05949e-12$
6	$7,42439e-15$	$6,43785e-11$	$1,36185e-10$	$3,517e-11$
7	$-3,41594e-16$	$7,44666e-12$	$4,5416e-12$	$2,07975e-12$

**Tabela A2** – Valores das constantes  $a_i$

$i$	$a_i$
1	0,007
2	0,2875
3	0,04762
4	0,0471
5	7,0
6	7,0
7	0,3333
8	15,0

**Tabela A3**– Valores das fases  $p_n$

$n$	$p_n$
3	263
4	-263
5	-29,41
6	8,0913
7	10,0813

## APÊNDICE B - Ascensão Reta de Declinação do Sol

**Tabela B1** – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1.

<b>Dia</b>	<b>Ascensão Reta do Sol (°)</b>	<b>Declinação do Sol (°)</b>
24/7/1993	124,35	19,70
25/7/1993	125,33	19,48
26/7/1993	126,30	19,25
27/7/1993	127,30	19,03
28/7/1993	128,28	18,80
29/7/1993	129,25	18,57
30/7/1993	130,23	18,32
31/7/1993	131,20	18,07
1/8/1993	132,18	17,82
2/8/1993	133,13	17,55
3/8/1993	134,10	17,30
4/8/1993	135,05	17,03
5/8/1993	136,03	16,75
6/8/1993	136,98	16,48
7/8/1993	137,93	16,20
8/8/1993	138,88	15,92
9/8/1993	139,83	15,62
10/8/1993	140,78	15,33
11/8/1993	141,73	15,03
12/8/1993	142,68	14,73
13/8/1993	143,60	14,43
14/8/1993	144,55	14,12
15/8/1993	145,48	13,80
16/8/1993	146,43	13,48
17/8/1993	147,35	13,17
18/8/1993	148,28	12,83
19/8/1993	149,20	12,52
20/8/1993	150,13	12,18
21/8/1993	151,05	11,85
22/8/1993	151,98	11,52
23/8/1993	152,90	11,17
24/8/1993	153,83	10,83
25/8/1993	154,73	10,48
26/8/1993	155,65	10,13
27/8/1993	156,58	9,78
28/8/1993	157,48	9,43
29/8/1993	158,38	9,07
30/8/1993	159,30	8,72
31/8/1993	160,20	8,35

**Tabela B2** – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2.

<b>Dia</b>	<b>Ascensão Reta do Sol(°)</b>	<b>Declinação do Sol(°)</b>
1/2/2002	315,43	-16,92
2/2/2002	316,45	-16,63
3/2/2002	317,45	-16,33
4/2/2002	318,48	-16,03
5/2/2002	319,48	-15,73
6/2/2002	320,48	-15,43
7/2/2002	321,48	-15,12
8/2/2002	322,48	-14,80
9/2/2002	323,45	-14,47
10/2/2002	324,45	-14,15
11/2/2002	325,43	-13,82
12/2/2002	326,43	-13,48
13/2/2002	327,40	-13,15
14/2/2002	328,38	-12,80
15/2/2002	329,35	-12,47
16/2/2002	330,33	-12,00
17/2/2002	331,28	-11,77
18/2/2002	332,25	-11,42
19/2/2002	333,20	-11,05
20/2/2002	334,18	-10,70
21/2/2002	335,13	-10,33
22/2/2002	336,08	-9,97
23/2/2002	337,03	-9,60
24/2/2002	337,98	-9,23
25/2/2002	338,93	-8,87
26/2/2002	339,88	-8,48
27/2/2002	340,80	-8,12
28/2/2002	341,75	-7,73
1/3/2002	342,68	-7,35
2/3/2002	343,63	-6,97
3/3/2002	344,55	-6,58
4/3/2002	345,48	-6,20
5/3/2002	346,40	-5,82
6/3/2002	347,35	-5,43
7/3/2002	348,28	-5,03
8/3/2002	349,20	-4,65
9/3/2002	350,10	-4,25
10/3/2002	351,03	-3,87
11/3/2002	351,95	-3,47
12/3/2002	352,88	-3,08



## APÊNDICE C – Magnitude do Torque Aerodinâmico

**Tabela C1** – Magnitude do Torque Aerodinâmico no SCD1 e no SCD2 para as duas Abordagens Realizadas no Trabalho.

Dia	COM ATUALIZAÇÃO		SEM ATUALIZAÇÃO	
	SCD1(*1,0e-005)	SCD2(*1,0e-006)	SCD1(*1,0e-005)	SCD2(*1,0e-006)
24/07/1993	0,0000000	0,0365058	0,0000000	0,0000000
25/07/1993	0,0369001	0,0583439	0,0369001	0,0365058
26/07/1993	0,0025150	0,0803710	0,0348666	0,0377841
27/07/1993	0,0585704	0,1040311	0,0514042	0,0000000
28/07/1993	0,0631179	0,1293482		0,1040311
29/07/1993	0,1636486	0,1517561		0,1133117
30/07/1993	0,1418579	0,1696541		0,1222590
31/07/1993	0,1757957	0,1844540		0,1308198
01/08/1993	0,2715937	0,1914866		0,1407856
02/08/1993	0,1727477	0,1917551		0,1496742
03/08/1993	0,3251040	0,1818931		0,1592847
04/08/1993	0,2160132	0,1696050		0,1818931
05/08/1993	0,2389557	0,1424068		0,1953337
06/08/1993	0,2822368	0,1054437		0,2037258
07/08/1993	0,1597472	0,0627125		0,2079321
08/08/1993	0,2401003	0,0161622		0,2111771
09/08/1993	0,1196408	0,0308480		0,2121161
10/08/1993	0,1004411	0,0755363		0,2118401
11/08/1993	0,0635425	0,1147809		0,2068039
12/08/1993	0,0038213	0,1408414		0,2018563
13/08/1993	0,0635495	0,1644580		0,1935571
14/08/1993	0,0787023	0,1774930		0,1837275
15/08/1993	0,1535168	0,1812374		0,1727417
16/08/1993	0,2083925	0,1765350		0,1812368
17/08/1993	0,1721867	0,1647833		0,1671237
18/08/1993	0,3342515	0,1462429		0,1534145
19/08/1993	0,2074447	0,1257741		0,1386361
20/08/1993	0,3051302	0,0992988		0,1259603
21/08/1993	0,2917750	0,0782226		0,0992980
22/08/1993	0,2099568	0,0578597		0,0901622
23/08/1993	0,3345247	0,0398171		0,0806794
24/08/1993	0,1622485	0,0231574	0,0000000	0,0753185
25/08/1993	0,2100416	0,0083427	0,2100416	0,0231573
26/08/1993	0,1470492	0,0056029	0,1832381	0,0223091
27/08/1993	0,0817940	0,0214739	0,1436894	0,0215815
28/08/1993	0,0788938	0,0350716	0,2407634	0,0221097
29/08/1993	0,0081124	0,0497760		0,0230793
30/08/1993	0,0408038	0,0654060		0,0244573
31/08/1993	0,0779247	0,0821876		0,0267824
01/09/1993	0,1059487	0,1035377		0,0293872